

Úloha V.2 ... dopravní pás

3 body; průměr 1,47; řešilo 59 studentů

Na pohybující se vodorovný dopravní pás každou sekundu svisle dopadá materiál o hmotnosti μ , který na jeho konci padá pryč. Na pás působí odporová síla $F_{\text{odp}} = kv$, která je přímo úměrná rychlosti pásu v přes konstantu k . Jak velkou rychlostí se bude pás pohybovat, pokud

- na něj působí konstantní pohonná síla F ?
- je poháněn motorem s konstantním výkonem P ?

Karel doufal, že to půjde vyřešit.

Pás je brzděn nejen odporovou silou, ale také dopadajícím materiálem, který urychlujeme. Je tomu tak proto, že se za jednotku času mění jeho hybnost. Jelikož každou sekundu z pásu odpadne materiál o hmotnosti μ , a to rychlostí pásu v , musí se také každou sekundu rychlost materiálu o hmotnosti μ zvýšit z nuly na v . Síla je následně změnou hybnosti za daný čas (tedy jednu sekundu), z čehož dostáváme $F_{\text{mat}} = \mu v$. Celková síla potřebná k pohonu pásu je proto $F = F_{\text{odp}} + F_{\text{mat}}$. Po dosažení známých údajů dostáváme

$$F = \mu v + kv,$$

z čehož po úpravě získáme rychlost

$$v = \frac{F}{K + \mu}.$$

Pokud je pás poháněn konstantním výkonem P , pak za čas t vykoná pás práci W . Práce W je opět součtem práce, která je potřebná k urychlení materiálu a té, již je třeba za účelem překonání brzdící síly. Za čas t je dopadajícímu materiálu na zvýšení kinetické energie dodána práce

$$W_k = \frac{1}{2} \mu v^2 t,$$

a na překonání odporových sil je potom potřeba

$$W_{\text{odp}} = F_{\text{odp}} s = F_{\text{odp}} vt = kv^2 t,$$

kde $s = vt$ je dráha, již za čas t pás urazí.

Sečtením obou předchozích rovnic a pokrácením času t dostáváme výslednou rychlost

$$v = \sqrt{\frac{P}{\frac{\mu}{2} + k}}.$$

Pro druhou část naší úlohy by nás mohlo napadnout vyjádřit celkový výkon jako $P = P_{\text{mat}} + P_{\text{odp}} = (F_{\text{mat}} + F_{\text{odp}}) v$, což by nás ale dovedlo k jinému výsledku, než k tomu, který jsme dostali pomocí našich úvah o energiích. Neplatí totiž $P_{\text{mat}} = F_{\text{mat}} v$, protože je materiál urychlován postupně a jeho části mají odlišnou rychlost.

Eliška Malá
eliska.mala@fykos.cz

Jaroslav Herman
jardah@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.