

Úloha I.E ... hustý led

13 bodů; (chybí statistiky)

Změřte hustotu ledu.

Karlovi zamítlí úlohu s ledem, tak vymyslel jinou.

Úvod

Na první pohled se může zdát, že se jedná o velmi jednoduchý úkol. Led však rychle odtává, což můžeme sice částečně eliminovat ochlazením nástrojů použitých k měření, ale i přesto je experiment velmi náročný na přesné provedení. Postupně si představíme tři metody, kterými lze hustotu ledu určit, a zhodnotíme jejich přesnost.

Hustotu ρ (hmotnostní) můžeme určit jako podíl hmotnosti m a objemu V

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (1)$$

Objem můžeme měřit několika způsoby. Nejjednodušší je změřit rozměry tělesa a objem vypočítat. Objem je také možné určit ponořením do kapaliny. Jelikož má však led nižší hustotu než voda, je třeba jej buď zastrčit pod hladinu nebo použít kapalinu s nižší hustotou (například olej).

Další z možností je využití Archimédova zákona ve tvaru

$$V = \frac{m}{\rho_k}.$$

Zde budeme muset do ledu přidat závaží, aby se potopil, a také vhodně upravit výše uvedený vzorec. Odvození těchto vztahů lze najít v dodatku na konci tohoto řešení.

Metody měření

1. metoda – určení objemu pomocí rozměrů kostky Nejjednodušeji určíme hustotu ledu tak, že změříme jeho hmotnost, objem a následně provedeme výpočet dle vzorce 1.

Pro experiment byly použity dva kusy ledu ve tvaru válce. Jeden byl velmi malý o velikosti běžné kostky ledu, k vytvoření druhého byla použita kovová nádoba s kruhovou podstavou o průměru 12 cm.

Průměr malého kusu jsme měřili tak, že jsme pohybovali pravítkem po podstavě a snažili se jej umístit do středu, dokud jsme nenaměřili co největší vzdálenost (průměr je nejdelší sečna kružnice). Naopak výšku jsme měřili tak, že jsme se snažili najít nejkratší (tedy kolmou) spojnicí obou postav. Takto jsme výrazně zvýšili přesnost obou měření. K měření bylo použito pravítko, chybu měření jsme odhadli na 0,2 cm. Běžně se bere jako chyba velikost nejmenšího dílku (případně jeho polovina). V tomto případě ale měříme nerovný povrch (námi vytvořený kus ledu není ideální), výška i průměr mohou být na různých místech válce odlišné, proto jsme odhadli chybu měření o něco větší.

K měření průměru většího válce jsme potřebovali najít střed podstavy, to jsme provedli způsobem, že jsme na led pomocí fixu nakreslili sečnu, našli její střed a vedli jím kolmicí. Průsečík dvou takto vzniklých os jsme pak považovali za střed. Samotný průměr podstavy jsme měřili tak, aby hrana pravítka procházela třemi body, jedním z nich byl střed a další dva body ležely na okraji podstavy. Toto měření jsme následně provedli čtyřikrát. Výška válce byla měřena stejným způsobem jako u malého ledu, měření bylo provedeno třikrát.

Hmotnost jsme vždy určovali pomocí kuchyňské váhy s přesností 1 g. Tato přesnost je velmi nízká, bylo by lepší použít jemnější technické váhy.

V případě, že bychom si zvolili tuto první metodu měření, bylo by vhodné provést oněch měření výrazně více a hodnotu hustoty ledu určit jako průměr naměřených hodnot. Kromě opakování experimentu by bylo dobré zvolit lepší tvar tvořítka na led, u kterého by se lépe měřily rozměry, například velkou formu ve tvaru krychle. Čím větší led bude, tím bude menší relativní chyba měření jeho rozměrů.

2. metoda – určení objemu pomocí ponoření do kapaliny Další možností měření objemu je ponoření předmětu do kapaliny v odměrném válci, na jehož stupnici odečítáme, kolik daný předmět kapaliny vytlačil, a tedy jaký je jeho objem. K tomu je třeba použít kapalinu o nižší hustotě, než má těleso, aby byl předmět zcela ponořen. V případě ledu, který má hustotu kolem $0,917 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$, nemůžeme použít vodu (s hustotou $0,997 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$). Menší hustotu má například technický lín či řepkový olej, který jsme použili.

Pro zpřesnění výsledků je třeba alespoň částečně zabránit odtávání ledu. Všechny nástroje jsme proto předem ochladili v ledničce. K manipulaci s ledem jsme dále používali ochlazené dřevěné kleště.

Do odměrného válce jsme nalili vychlazený řepkový olej a ze stupnice odečetli jeho objem. Na kuchyňských vahách jsme určili hmotnost několika kousků ledu a vše postupně zaznamenávali do tabulky.

Jelikož kostky ledu jsou poměrně malé, používali jsme jich pro jedno měření více (vždy náhodný počet kolem 4–5 kostek), čímž jsme také snížili relativní chybu měření hmotnosti či objemu (chyba byla stále 1 g, ale místo 9 g led vážil okolo 50 g). Neurčovali jsme však průměrnou hmotnost či objem jedné kostky, poněvadž led jsme vytvořili tak, že se mezi sebou kostky drobně liší.

Po zvážení jsme led opatrně kleštěmi (aby nedocházelo k výraznému přenosu tepla z rukou na led) přendali do odměrného válce. V případě, že se kostky nepotopili celé, zatlačili jsme je pomocí vařečky opatrně pod hladinu. Jelikož řepkový olej má menší hustotu než led, kostky již zpět nevyplavaly. Opět jsme ze stupnice na odměrném válci určili objem jeho obsahu. Konzistentně jsme odčítali vždy od dolního (nebo vždy od horního) menisku, aby rozdíl těchto objemů odpovídal objemu vloženého ledu. Snažili jsme se postupovat velmi rychle, neboť led odtával a měnil se tak jeho objem.

Nejistotu měření objemu určíme jako hodnotu nejmenšího dílku, tedy 5 mm. Dílky byly poměrně velké, takže jsme rozlišovali i polovinu dílku, nicméně výsledný objem byl získán rozdílem těchto hodnot, celkovou chybu pak určíme jako odmocninu ze součtu kvadrátů chyb obou měření, tedy $\sqrt{2,5^2 + 2,5^2} \doteq 4$. Jelikož k drobné chybě mohlo docházet i špatným určením polohy horního či dolního konce hladiny, rozhodli jsme se chybu nechat větší - odpovídající velikosti jednoho dílku.

3. metoda – určení hustoty pomocí Archimédova zákona Posledním možným přístupem², který si zde uvedeme, je využití Archimédova zákona. Jak je patrné ze vzorce 9, umíme pomocí něj určit objem ponořené části tělesa. Jelikož led má nižší hustotu než voda, bude se na hladině vznášet a nikdy se zcela neponoří. Z tohoto důvodu jsme při vytváření ledu do tvořítka přidali předmět o větší, známé hustotě (zde jsme použili tři ocelové hřebíky). Menší závaží by mohlo při odtávání ledu odpaďnout, kdybychom jej nechali zamrznout na okraji ledu. Proto je vhodné

¹MIKULČÁK, Jiří. Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro střední školy. 14. vyd. Praha: SPN, 1985. Pomocné knihy pro žáky (Státní pedagogické nakladatelství).

²Inspirováno textem http://fyzikalniolympiada.cz/archiv/58/f058d1_r.pdf

zmrazit pouze část vody, na zamrzlou hladinu položit kovový předmět, nádobu na led dolít vodou a nechat opět zamrznout. Tak se nám podaří těleso umístit zhruba doprostřed ledu.

Následně jsme takto vytvořený kus ledu vložili do nádoby s vodou a nechali pozvolna rozpouštět. S ubývajícím množstvím ledu se objekt pomalu ponořoval. Počkali jsme, dokud neodtála taková část ledu, že se kostka celá ponořila a plovla pod hladinou, aby stále ještě byla v rovnováze vztlaková a tíhová síla (tedy předmět ještě nepadal ke dnu).

V tento moment jsme těleso vytáhli a vložili do prázdné nádoby. Zde jsme jej ponechali, dokud všechen led neroztál a následně jsme změřili hmotnost vody a hřebíků.



Obr. 1: Ledy

Výsledky

1. metoda Použitá malá kostka ledu válcového tvaru má průměr podstavy $(2,5 \pm 0,2)$ cm a výšku $(2,2 \pm 0,2)$ cm .

Objem vypočteme ze vzorce

$$V = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 h .$$

Použitý kousek ledu měl hmotnost $m = 9$ g. Nyní již můžeme vypočíst hustotu ze vzorce 1.

V rámci měření je potřeba spočítat chybu výsledku. Známe-li chyby naměřených veličin, můžeme pomocí nich a vzorce pro výpočet veličiny A spočítat její chybu σ_A . Pro jednoduché vzorce, kde se všechny veličiny vyskytují jen v součinu nebo podílu, platí, že relativní chyba³ veličiny A je odmocnina za součtu kvadrátů relativních chyb měřených veličin. Vyskytuje-li se některá z těchto veličin v n -té mocnině, bereme relativní chybu této veličiny n -krát

$$\sigma_A = A \sqrt{\sum \left(\frac{n\sigma_{x_i}}{x_i} \right)^2} . \quad (2)$$

Zde pak n reprezentuje mocninu, s jakou se tato veličina ve vzorci vyskytuje.

³Relativní chyba je podíl absolutní chyby naměřené veličiny a její hodnoty.

V tomto případě je vztah pro výpočet chyby ve tvaru

$$\sigma_\rho = \rho \sqrt{\left(\frac{\sigma_h}{h}\right)^2 + \left(\frac{2\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2}.$$

Tímto postupem jsme určili hustotu ledu jako $\rho_{\text{led1}} = (0,8 \pm 0,3) \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$. Chybu jsme zaokrouhlili na jednu platnou číslici, výsledek pak zaokrouhlíme tak, aby jeho poslední uvedená číslice byla stejného řádu jako chyba.

U velkého válce byly změřeny následující hodnoty (uvedené v tabulce s chybou, která byla získána jako odmocnina součtu kvadrátů směrodatné odchylky a chyby měřidla).

Tab. 1: Rozměry ledu o hmotnosti $m = 354 \text{ g}$ ve tvaru velkého válce.

č.	$\frac{d}{\text{cm}}$	$\frac{h}{\text{cm}}$
1	12,5	3,0
2	12,6	3,1
3	12,8	2,7
4	–	2,9
průměr	$12,6 \pm 0,1$	$2,9 \pm 0,2$

Objem byl opět spočten ze vzorce

$$V = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 h$$

a hustota jako podíl hmotnosti a objemu. Chybu jsme jsme opět určili jako

$$\sigma_\rho = \rho \sqrt{\left(\frac{\sigma_h}{h}\right)^2 + \left(\frac{2\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2}.$$

Výsledná hodnota hustoty je pak $\rho_{\text{led1velky}} = (0,94 \pm 0,06) \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$.

2. metoda Měření s řepkovým olejem jsme provedli celkem 6krát, naměřené hodnoty jsou uvedeny v tabulce 2.

Chybu počítáme jako

$$\sigma_\rho = \rho \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2}. \quad (3)$$

Hustotu určíme jako průměr hodnot z jednotlivých měření, kde nezahrneme poslední naměřenou (šestou) hodnotu, jelikož se od ostatních velmi odchyľuje (hodnota spadá mimo interval 3σ). U tohoto měření patrně došlo k nějaké velké chybě a zbytečně by nám zkreslovalo výsledek. Průměrnou hodnotu je třeba doplnit směrodatnou odchylkou, tedy údajem, nakolik se naměřené hodnoty liší od průměru. Tato veličina je definována vzorcem

$$\sigma_{\text{sm. odch.}} = \sqrt{\sum \frac{(\bar{x} - x_i)^2}{n(n-1)}}.$$

Tab. 2: Experimentálně určené hodnoty hustoty ledu. Objem ledu byl měřen ponořováním do řepkového oleje.

č.	$\frac{m}{g}$	$\frac{V_{\text{bez ledu}}}{\text{cm}^3}$	$\frac{V_{\text{s ledem}}}{\text{cm}^3}$	$\frac{V_{\text{led}}}{\text{cm}^3}$	$\frac{\rho}{\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}}$
1	32	150	185	35	$0,9 \pm 0,1$
2	42	235	280	45	$0,9 \pm 0,1$
3	44	437	485	48	$0,9 \pm 0,1$
4	46	350	400	50	$0,92 \pm 0,09$
5	51	415	470	55	$0,93 \pm 0,09$
6	43	420	465	45	$1,0 \pm 0,1$

Nesmíme ještě zapomenout na chybu metody, kterou máme uvedenou jako chybu jednotlivých hustot v předchozí tabulce. Jelikož jsme měření prováděli vždy pro jiné množství ledu, chyba metody se zmenší \sqrt{N} -krát na $0,1 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}/\sqrt{6} = 0,04 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ (hodnoty nejsou vždy stejné). Systematická chyba průměrné hodnoty je menší, jelikož systematické chyby způsobené tím, že by například kostka vážila vždy 7,4 g a váha ukázala nepřesnou hodnotu 8 g (to samé s objemem) se vyrušily při průměrování. Pravděpodobně totiž docházelo i k případům, kdy se hmotnost (popřípadě objem) zaokrouhlovala nahoru.

Celková chyba je tedy $\sigma_c = \sqrt{\sigma_{\text{sm. odch.}}^2 + \sigma_m^2} = \sqrt{0,04^2 + 0,004^2} = 0,04 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$. Mohli jsme si při výpočtu také všimnout, že směrodatná odchylka je oproti chybě metody zanedbatelná.

Takto určená hustota má hodnotu $\rho_{\text{led2}} = (0,92 \pm 0,04) \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$.

3. metoda Experiment se závažím v kusu ledu jsme provedli celkem dvakrát, a to pokaždé se třemi ocelovými hřebíky. Údaje jsme uvedli do tabulky 3 včetně výsledků vypočtených ze vzorce 10. Za hustoty jsme dosadili z tabulek $\rho_v = \rho_{\text{voda}} = 0,997 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ a $\rho_z = \rho_{\text{ocel}} = 7,850 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$. Chybu jsme určili pomocí vzorce pro přenos chyb 2 jako

$$\sigma = \rho \sqrt{\left(\frac{\sigma_{m_v}}{m_v}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{m_z}}{m_z}\right)^2}.$$

Tab. 3: Experimentálně určené hodnoty hustoty ledu pomocí Archimédova zákona.

č.	$\frac{m_z}{g}$	$\frac{m_v}{g}$	$\frac{\rho}{\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}}$	$\frac{\rho_s \text{ chybou}}{\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}}$
1	14	109	0,899 2	$0,90 \pm 0,06$
2	14	106	0,896 6	$0,90 \pm 0,06$

Při přesnějším měření by bylo třeba ještě změřit teplotu vodní lázně, abychom dosadili správnou hodnotu její hustoty (stejně tak by bylo třeba přepočíst hustotu oceli pro teplotu 0°C , kterou měl led. V našem případě je ale chyba způsobená dosazením hustot při teplotě 25°C řádově zanedbatelná oproti chybě určení hmotnosti.

Diskuze

První metoda je pro menší kus ledu velmi nepřesná, hodnotu hustotu jsme určili jako $\rho_{\text{led1}} = (0,8 \pm 0,3) \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$. Tedy v rámci chyby může být námi určená hustota stejně velká, případně dokonce větší než hustota vody. Je tedy opravdu vidět, že pokud bychom měli měřit hustotu ledu touto metodou, je zapotřebí provést mnohem více měření a použít lepší měřicí přístroje. Výrazného zlepšení můžeme dosáhnout také použitím většího kusu ledu. Pro válec s více než 4krát větším průměrem podstavy jsme dostali hodnotu $\rho_{\text{led1velky}} = (0,94 \pm 0,06) \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$, tedy se nám chyba snížila o řád.

Hustota ledu určená díky ponořování do oleje má hodnotu $\rho_{\text{led2}} = (0,922 \pm 0,004) \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$. V rámci chyby se tak námi naměřená hustota ledu téměř shoduje s tabulkovou hodnotou⁴ $\rho_{\text{tab.}} = 0,917 \text{ g}/\text{cm}^3$.

U druhé metody dosahujeme poměrně přesné hodnoty (na rozdíl od první metody). Jedním ze způsobů zvýšení přesnosti by mohlo být použití technických vah, které by nám poskytly výsledek na více platných cifer. Když se ale detailněji podíváme na vzorec pro výpočet chyby a zkusíme do něj dosadit chybu měření hmotnosti 0 g, vidíme, že se celková chyba téměř nezmění. Pro snížení celkové chyby je tedy třeba zjemnit i stupnici odměrného válce, nebo použít jinou metodu měření hustoty (viz třetí metodu).

K odchylkám od reálné hodnoty mohlo dojít kvůli některým systematickým chybám, které se opakovaným měřením nevyruší – jsou to chyby způsobené zejména rychlým odtáváním ledu. Při měření hmotnosti led odtává a kleštěmi pak nabereme kostku o něco lehčí, než byla její původní hmotnost. To by mělo naměřenou hustotu zvýšit (do oleje pak dáváme kostku o menším objemu). Led pak taje i ve vodě. Ježto má led menší hustotu než voda, po jeho částečném odtání se objem zmenšuje, což také zvýší naměřenou hodnotu. K malému zmenšení objemu dochází také tím, že část oleje ulpí na tyčince při potápění kostek ledu. Tyto chyby v měření mohou být jedny z důvodů, proč námi naměřená hodnota je téměř ve všech měřeních větší než tabulková. Pokud však postupujeme rychle a máme všechny nástroje i olej podchlazené na co nejnižší teplotu, tyto rozdíly by měly být téměř zanedbatelné oproti nepřesnosti měřidel. Navíc při vytváření ledu v kostkách vnikají drobné bublinky, které naopak celkovou hustotu snižují, díky čemuž výsledná odchylka od reálné hodnoty nebyla příliš velká. K drobné odchylce od tabulkové hodnoty (i v rámci chyby) pravděpodobně přispěla systematická chyba, jinak je měření relativně přesné a výsledek poměrně dobře odpovídá očekávané (tabulkové) hodnotě.

Nejlépeším způsobem by mohla být třetí metoda, která objem neměří a k určení hustoty využívá Archimédův zákon. Zde měříme pouze hmotnost, přesnost tohoto měření můžeme snadno zvýšit použitím technických vah. Nevýhodou této metody je potřeba závaží se známou hustotou (kdybychom ji ověřovali experimentálně v domácích podmínkách například druhou metodou, opět budeme potřebovat měřit objem, což sníží naši přesnost). Touto metodou jsme hustotu určili jako $\rho_{\text{led3}} = (0,90 \pm 0,06) \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$. Může se zdát, že při obou měřeních vyšla hodnota hustoty výrazně menší, než je uvedena v tabulkách, výsledek máme však zatížen chybou, díky které nelze určit přesnou hodnotu. K případně nižší hustotě mohlo dojít v důsledku většího množství bublin ve vytvořeném ledu, které výslednou hustotu o něco snížily. Zvýšený obsah bublin může být způsoben mimo jiné přítomností hřebíků, které naruší přirozené zamrzání ledu. Tomu by nasvědčovalo i pozorování, že při druhé metodě, kdy led zamrzal samostatně, jsme tak velké množství bublin nepozorovali.

⁴MIKULČÁK, Jiří. Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro střední školy. 14. vyd. Praha: SPN, 1985. Pomocné knihy pro žáky (Státní pedagogické nakladatelství).

V případě použití lepších vah by byla chyba měření srovnatelná se směrodatnou odchylkou druhé metody.

Třetí metoda je oproti druhé sice více přesná z hlediska měřidel, může být ale náročnější na rychlost a pochybení experimentátora - led je třeba vytáhnout ve správnou chvíli.

Závěr

První metoda, kdy jsme objem ledu určovali pomocí naměřených rozměrů, byla velmi nepřesná. Výsledek $\rho_{\text{led1}} = (0,8 \pm 0,3) \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ byl zatížen velkou chybou. Pro mnohonásobně větší válec jsme ale již i první metodou obdrželi dobrý výsledek $\rho_{\text{led1velky}} = (0,94 \pm 0,06) \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$. Nepřesnost měření objemu byla v druhé metodě vylepšena, při měření objemu v odměrném válci se chyba snížila o řád. Výsledná hustota $\rho_{\text{led2}} = (0,92 \pm 0,04) \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ v rámci chyby téměř odpovídá tabulkové hodnotě $\rho_{\text{led-tabulkova}} = 0,917 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$. Třetí metodou byla hustota ledu určena jako $\rho_{\text{led3}} = (0,90 \pm 0,06) \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$.

Dodatek

K určení hustoty tělesa lze použít Archimédův zákon, který zde uvádíme v jeho známém znění: Těleso ponořené v kapalině je nadlehčováno silou, jejíž velikost je rovna tíze kapaliny tělesem vytlačené. Toto tvrzení si nyní odvodíme, přičemž výpočtem získáme též vzorec, který využijeme k experimentu. Na těleso o hmotnosti m v homogenním tíhovém poli Země s tíhovým zrychlením g , působí tíhová síla, kterou určíme ze vzorce

$$F_G = mg. \quad (4)$$

Ponoříme-li toto těleso do kapaliny, bude na něj působit ale také síla vztlaková. Molekuly kapaliny jsou taktéž v tíhovém poli Země, na vrstvičku kapaliny o hustotě ρ_k ve vzdálenosti h od hladiny působí tíhová síla

$$F_G = mg = \rho_k S h g, \quad (5)$$

kde S je velikost plochy průřezu tohoto sloupce kapaliny. Kapalina tedy působí na námi zkoumanou vrstvičku tlakem

$$p_G = mg = \rho_k h g. \quad (6)$$

Těleso ponořené do této kapaliny nyní pomyslně rozřezejme na malé válečky o průřezu dS , které jsou kolmé na hladinu. Na horní podstavu i -tého válečku, která je ve výšce h_1 , působí kapalina silou F_1 , na dolní podstavu v hloubce h_2 působí naopak silou F_2 . Výslednou vztlakovou sílu na tento váleček získáme jako rozdíl těchto dvou sil (geometricky se jedná o součet, jelikož síly působí proti sobě - na horní plošku kapalina působí tlakem ve směru ke dnu, na dolní plošinu naopak působí síla, která má tendenci těleso nadnášet). Sílu na takovýto malý váleček tedy určíme jako

$$F_{vz_i} = F_2 - F_1 = \rho_k g dS h_2 - \rho_k g dS h_1 = \rho_k g dS (h_2 - h_1). \quad (7)$$

Celkovou vztlakovou sílu na váleček pak získáme součtem sil působících na jednotlivé válečky. Pokud jsme udělali válečky infinitezimálně malé, suma nám přejde do integrálu, stále však lze intuitivně nahlížet na integrál jako na součet

$$F_{vz} = \int \rho_k g \Delta h dS = \rho_k g \int \Delta h dS = \rho_k g V', \quad (8)$$

kde V' je objem části tělesa, která je ponořena do kapaliny.

Těleso zůstává v klidu (případně v rovnoměrném přímočarém pohybu), pokud je výslednice všech sil na něj působících nulová. V našem případě se tedy těleso ustálí tak, že se vyrovná tíhová a vztlaková síla

$$\begin{aligned} F_{vz} &= F_G, \\ \rho_k g V' &= mg. \end{aligned} \quad (9)$$

Vidíme, že tímto způsobem můžeme určit pouze objem ponořené části tělesa. Pokud bychom led ponořili do vody, v důsledku své menší hustoty by se ponořil pouze částečně. Pro plné ponoření je třeba do ledu přidat závaží, čímž zvýšíme celkovou hustotu takto vzniklého tělesa. Nyní si ukážeme, jak se změní námi odvozený vztah 9.

Pokud je závaží v ledu dostatečně lehké, těleso se neponoří celé. K jeho potopení pod hladinu dojde až po odtátí části ledu. Zaměřme se nyní na tento okamžik, kdy je těleso plně ponořeno, ale síly jsou stále ještě v rovnováze (těleso nepadá ke dnu, ale plove). V tuto chvíli lze z našeho vzorce 9 určit celkový objem tělesa.

$$V = \frac{m}{\rho_k},$$

což můžeme upravit s využitím toho, že hmotnost m je součet hmotnosti závaží m_z a vody/ledu m_l , V_v objem vody, V_z objem závaží a ρ_z je hustota závaží. Dosazením za hustotu kapaliny ρ_k hustotu vody ρ_v poté vzorec přechází na tvar

$$\rho_{\text{led}} = \frac{m_l}{V_l} = \frac{m_l}{V - V_z} = \frac{m_l}{\frac{m}{\rho_v} - V_z} = \frac{m_l}{\frac{m}{\rho_v} - V_z} \frac{1}{V_v} = \frac{\rho_v}{1 + \frac{m_z \rho_v}{m_v} \left(\frac{1}{\rho_v} - \frac{1}{\rho_z} \right)}. \quad (10)$$

Kateřina Charvátová

katerina.charvatova@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.