

Úloha I.E ... Kdy už budou ty těstoviny? 14 bodů; průměr 7,00; řešilo 93 studentů

Změřte závislost času začátku varu vody na jejím množství v nádobě. Měření opakujte několikrát pro alespoň pět různých objemů. Dbejte přitom na konzistentnost podmínek, zejména na kritérium varu a počáteční teplotu vody, nádoby a sporáku. Výslednou závislost se pokuste vysvětlit. *Dodáv boj se sporákem na koleji.*

Jednoduchý model

Ohrev vody je činnost, ktorú bežný človek vykoná aj niekoľkokrát denne. Väčšinou chceme, aby voda zovrela čo najskôr, či už pri varení večerných cestovín, rannej kávy alebo čaju. Zjednodušené môžeme popísať ohrev vody pomocou kalorimetrickej rovnice

$$Q = mc\Delta T = mc(T_f - T_i) ,$$

kde Q je teplo dodané vode, m je hmotnosť vody, c je merná tepelná kapacita vody a ΔT je rozdiel počiatocnej T_i a koncovej teploty T_f , pričom predpokladáme, že pri koncovej teplote voda ešte nevríe. Dodané teplo sa dá jednoducho určiť ako súčin výkonu kanvice a času ako

$$Q = Pt = UIt = \frac{U^2}{R}t ,$$

kde sme využili vzťah pre výkon v elektrickom obvode pre súčiastku pod napätím U , ktorou tečie prúd I a má elektrický odpor R . Všetko teplo Q nezohrieva len vodu, no ešte musíme zohriať aj varné teleso, ktorému dodáme teplo

$$Q = C(T_f - T_i) ,$$

kde C je tepelná kapacita varného telesa. Ak by sme túto sústavu považovali za uzatvorenú (žiadne odparovanie vody) a tepelne izolovanú, výsledný vzťah pre čas varenia by po dosadení za hmotnosť vody z objemu $m = \rho V$ vyzeral

$$t = \frac{C(T_f - T_i) + \rho vc(T_f - T_i)}{\frac{U^2}{R}} . \quad (1)$$

Ak predpokladáme, že v priebehu varenia sa jednotlivé veličiny nemenia dostávame lineárnu závislosť času na objeme.

Postup merania a použité pomôcky

Meranie sme vykonávali pre rýchlovarnú kanvicu s objemom povoleným na ohrev vody medzi polovicou a celým litrom s deklarovaným výkonom $P = 1000 \text{ W}$ s použitím vody z kohútika. Objem vody v kanvici sme merali s dvomi rôznymi hrnčkami, ktorých vlastný objem sme určili s pomocou kuchynských váh ako $V_1 = 145 \text{ ml}$, $V_2 = 330 \text{ ml}$, kde chybu merania objemu pre oba hrnčky počas experimentu odhadujeme na $\Delta V_0 = 10 \text{ ml}$.

Pri prepočte sme vzhľadom na presnosť použili hustotu vody $\rho = 1,00 \text{ g}\cdot\text{ml}^{-1}$. Čas sme merali od spustenia kanvice po automatické vypnutie kanvice vnútorným termostatom pomocou hodiniek s presnosťou $\Delta t = 1 \text{ s}$.

Pred začiatkom merania sme napustili všetku potrebnú vodu do veľkého hrnca a počkali, kým sa jej teplota vyrovnala s teplotou v miestnosti. Teplota použitej vody a vzduchu bola priebežne monitorovaná a pohybovala sa v medziach od $T_i = 22\text{ }^\circ\text{C}$ do $T_f = 24\text{ }^\circ\text{C}$.

Pred začiatkom merania nebola kanvica aspoň pol dňa použitá, bola tak izbovej teploty. Z hrnca sme do nej naliali potrebný objem vody a tú nechali variť. Z kanvice sme po jej vypnutí vyliali vodu a hneď na to sme ju dôkladne vypláchli studenou vodou (s teplotou približne $19\text{ }^\circ\text{C}$). Následne sme do kanvice znovu napustili studenú vodu a nechali 10 minút stáť. Túto vodu sme vyliali a po ďalších piatich minútach stáťia na vzduchu sme začali ďalšie meranie.

Výsledky merania

Namerané hodnoty sú uvedené v tabuľke 1 spolu s poradovým číslom merania N v prvom stĺpci. Chyba merania objemu bola určená ako $\Delta V = \sqrt{n}\Delta V_0$, kde n je počet hrnčiekov vody, ktoré tvorili daný objem.

Tab. 1: Namerané časy t potrebné na zovretie objemu V vody.

N	$\frac{V}{\text{ml}}$	$\frac{t}{\text{s}}$
7	145 ± 10	115
1	330 ± 10	208
4	475 ± 14	246
2	660 ± 14	316
5	805 ± 17	372
3	990 ± 17	472
6	$1\,135 \pm 20$	520

Túto závislosť sme následne preložili lineárnou závislosťou $t = a + bV$ a hodnoty koeficientov boli určené pomocou programu *Gnuplot* metódou najmenších štvorcov ako $a = (69 \pm 9)$ s, $b = (0,403 \pm 0,014)$ s·ml⁻¹. Nameraná závislosť spolu s lineárnou závislosťou je vynesená v grafe 1.

Diskusia

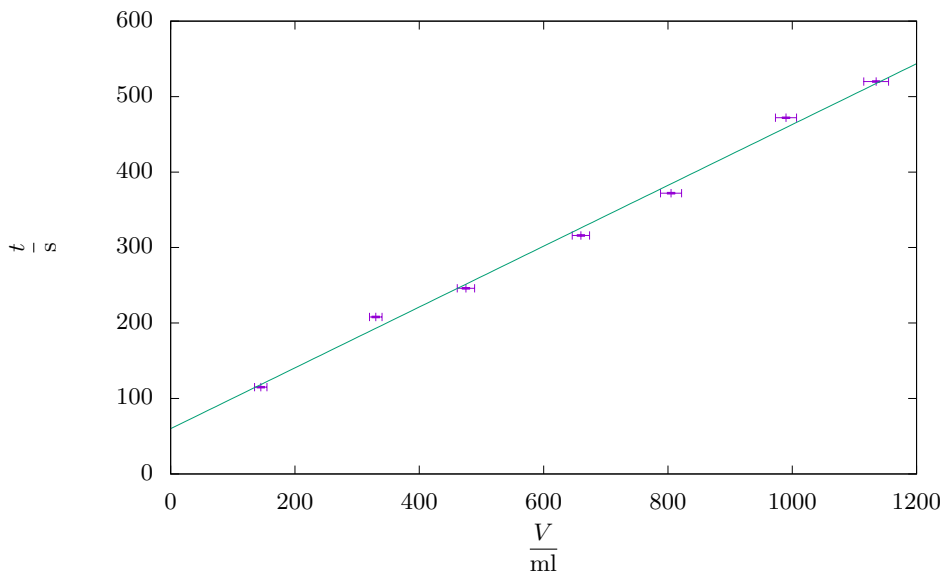
Ak zohľadníme chyby merania, tak nameraná závislosť dobre zodpovedá lineárnemu fitu. Nepresnosť merania je daná, či už presnosťou merania objemu, ktorá by šla zlepšiť priamym vážením jednotlivých použitých objemov, ale aj použitím odmerného valca.

Chybu merania času, ktorá je daná presnosťou merania hodinami, v skutočnosti prevyšuje chyba daná počiatočnou teplotou a teplotou na konci merania. Voda v čase zopnutia termostatu vrela v celom objeme niekoľko sekúnd, v závislosti od množstva vody 5 – 15 s.

Ak prevedieme nepresnosť merania teploty, ktorá je asi jeden stupeň, na vplyv určenia času využitím (1) a zanedbaním tepla dodaného kanvici, tak máme $\delta t = t \frac{\Delta T}{T_f - T_i} \approx 0,013t$. Pri nami meraných časoch ide o hodnotu 1,5 – 7 s.

Presnosť merania sa dá zvýšiť využitím digitálneho teplomera so sondou priamo vo varenej vode a detekciou bodu varu ako prechodu od narastajúcej teploty (v našom prípade lokálne

blízko lineárneho priebehu) na konštantnú závislosť počas samotného varu. v tomto prípade je ale nutné do fitovania zahrnúť rôznu počiatočnú teplotu vody.



Obr. 1: Závislosť doby varenia vody na jej objeme.

Najproblematickejšie je kvantifikovať vplyv počiatočnej teploty kanvice. Vidíme, že teplo dodané kanvici zodpovedá asi $a/b = 150$ ml vody, neistota jeden stupeň v počiatočnej teplote tak bude zodpovedať asi dvom sekundám.

Máme za to, že naším postupom merania sme zabezpečili homogenitu počiatočnej teploty práve v tomto ráde. Určiť túto teplotu je však náročné, keďže časti kanvice z rozdielnych materiálov sa voči tepelným zmenám chovajú rôzne a majú tak jemne odlišné počiatočné teploty.

Na záver sa pozrime na javy, ktoré by sme museli zohľadniť pri presnejšom meraní, či inej konfigurácii. Vyjdeme z rovnice (1) a prediskutujeme jednotlivé veličiny.

- *Tepelná kapacita* je vo všeobecnosti závislá na teplote. v našom intervale teplôt sa meraná kapacita vody pohybuje v rozmedzí $4180 - 4216 \text{ kJ} \cdot \text{kg} \cdot \text{K}^{-1}$ ¹. Vzhľadom na povahu merania – meriame vždy medzi dvomi konkrétnymi teplotami – by táto premenlivosť nemala mať priamy vplyv. Primárne nás zaujíma celkové teplo, ktoré vode musíme dodať, nie prerozdelenie tohto tepla do jednotlivých teplotných podintervalov.
- *Tepelný výkon zdroja* je taktiež závislý na teplote prostredníctvom závislosti elektrického odporu varného telesa. S rastúcou teplotou odpor klesá až do dosiahnutia stálej hodnoty pri pracovnej teplote. v prvých sekundách je tak výkon kanvice výrazne vyšší ako neskôr.

¹Water - Specific Heat. The Engineering ToolBox [online]. Dostupné z: https://www.engineeringtoolbox.com/specific-heat-capacity-water-d_660.html

- *Teplné straty* sú ďalším dôležitým javom. Jedná sa hlavne o straty *vedením tepla* z kanvice do okolia a *skupenské teplo* stratené pri *vyparovaní vody*. Oba tieto javy sú výraznejšie, čím je teplota vody vyššia. Môžeme preto očakávať, že v prípade väčších objemov vody, ktoré strávia na vyšších teplotách viac času budú straty vyššie a doba varenia sa výrazne predĺži. Extrémnym prípadom môže byť situácia, keď máme príliš slabý zdroj tepla a veľa vody, teda jej teplota sa ustáli na hodnote dokonca pod bodom varu. v tomto prípade nás „zachráni“ obvykle výpar vody pri teplote pod bodom varu – postupné znižovanie objemu vody posunie rovnováhu k vyšším teplotám. Vyparovanie vody však môže mať vplyv aj pri obvyklých situáciách – pri varení vody tak skončíme s menším množstvom vody ako sme začali. Tomuto vieme zabrániť použitím pokrievky, na ktorej vyparená voda spätne kondenzuje. Oproti odokrytému hrncu tak voda zovrie výrazne rýchlejšie. Zaujímavým prípadom sú tlakové hrnce – vzhľadom na uzatvorenosť sústavy dochádza počas varenia k zvyšovaniu tlaku a tak aj k posunu teploty varu k vyšším hodnotám a predĺženie doby potrebnej na zovretie – to však v tomto prípade obvykle nie je naším cieľom.

Záver

Premerali sme závislosť doby varenia vody na jej objeme v rýchlovarnej kanvici. Nameraná závislosť je lineárna, pričom asi minúta varenia je spotrebovaná na ohriatie samotnej kanvice. V našom prípade sme nepozorovali zmenu závislosti vplyvom tepelných strát pri vyšších objemoch.

Poznámky k došlým řešením

Riešenia boli hodnotené podľa nasledujúcej metriky: 2 body za teóriu, 4 body za postup / návrh / pomôcky či spôsob experimentu, 3 body za získané výsledky a 5 bodov za diskusiu / spracovanie nameraných údajov a uvedenie si efektov, ktoré hrali rolu.

Medzi najčastejšie chyby patrilo neuvedenie si tepla potrebného na zohriatie variča, čo sa v grafe prejavilo nenulovým koeficientom b v lineárnej závislosti $ax + b$. Ďalej treba viacej popisovať postup experimentu a zdôvodňovať výpočty či príslušné kroky, argumentami obhájiť odhady chýb merania a správne s nimi počítat a výsledky uvádzať na platné číslice. Netreba sa báť aj väčších chýb (napokon ide o domáce experimenty), len treba ukázať, že ste si ich vedomí, správne ich odhadnete a následne s nimi počítate.

Dané veci sa môžete naučiť napr. na stránkach FYKOSu v sekcií jak na experimenty²; z minulých seriálov³; zo zdrojov FO⁴ poprípade aj z nahraného kurzu na MFF⁵.

V riešeních se také častokrát objevil mierny nesúlad experimentu s teóriou, který byl zpravidla ignorován. Práve vysvetľovaním daných nesúladov sa posúva vedecké poznanie dopredu, napokon ako sa vtipne poznamenáva: „Poruš božské zákony a ideš do pekla, poruš tie fyzikálne

²<https://fykos.cz/sex/jak-na-to>

³<https://fykos.cz/rocnik30/serial/start>

⁴<http://fyzikalniolympiada.cz/texty/mereni.pdf>

⁵<https://physics.mff.cuni.cz/kfnt/vyuka/upf/cizek/index.html>

a ideš do Štokholmu.“

Jozef Lipták
liptak.j@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.