

**Úloha I.2 ... výskok z vlaku**

2 body; průměr 1,05; řešilo 94 studentů

*Ve vlaku, který se může pohybovať po kolejích bez tření, stojí 2 lidé, každý s hmotností  $m$ . Kdy dosáhne vlak větší rychlosti? Když oba vyskočí z vlaku naráz, nebo když budou vyskakovať z vlaku postupně? Člověk vyskočí z vlaku relativní rychlostí  $u$  (rychlost vyskakujícího člověka vůči vlaku po výskoku).*

*Radomír vyskakoval z vlaku.*

V zadání nie je uvedené, akým smerom vzhľadom na pohyb vlaku osoby vyskakujú. Keby osoby vyskakovali z vlaku kolmo na smer pohybu, tak to vlaku nedodá žiadnu rýchlosť, keďže vlak sa môže pohybovať len po koľajach. Teda ak by osoby vyskakovali pod nejakým uhlom, môžeme ich rýchlosť rozložiť na zložku kolmú (ktorá nebude mať vplyv na rýchlosť vlaku) a zložku rovnobežnú s pohybom. Najväčšiu zmenu rýchlosti logicky dostaneme, keď z vlaku budeme vyskakovať po smere alebo proti smeru jazdy. Ak by sme vyskakovali v smere jazdy, tak vlak budeme týmto výskokom spomaľovať, teda najvýhodnejšie pre nás je vyskakovať proti smeru jazdy.

Na začiatok si musíme uvedomiť, že v tomto prípade bude platiť zákon zachovania hybnosti (ZZH), ale nebude platiť zákon zachovania energie. Zákon zachovania hybnosti nám hovorí, že hybnosť sústavy hmotných bodov je konštantná.<sup>1</sup> V našom prípade

$$p = p_v + p_{o1} + p_{o2} = \text{konst} , \quad (1)$$

pričom  $p_v$  je hybnosť vlaku,  $p_{o1}$  a  $p_{o2}$  sú hybnosti ľudí. Na začiatku sa vlak s ľuďmi pohybuje rýchlosťou  $v_0$ , teda rovnicu (1) môžeme prepísať do tvaru

$$\begin{aligned} Mv_0 + mv_0 + mv_0 &= \text{konst} , \\ v_0 (M + 2m) &= \text{konst} . \end{aligned}$$

Najskôr si rozoberieme prípad, keď budú vyskakovať osoby postupne. Po výskoku prvej osoby bude mať vlak rýchlosť  $v_1$ . Osoba, ktorá vyskočí z vlaku bude mať rýchlosť  $v_1 - u$  (rýchlosť voči zemi). Teda podľa ZZH bude platiť

$$Mv_0 + 2mv_0 = v_1 (M + m) + m (v_1 - u) . \quad (2)$$

Následne nám však musí platiť ZZH aj pre jednu osobu a vlak, avšak už sa vlak nepohybuje rýchlosťou  $v_0$ , ale  $v_1$

$$v_1 (M + m) = Mv_2 + m (v_2 - u) , \quad (3)$$

kde  $v_2$  je rýchlosť vlaku po skoku druhej osoby a druhá osoba bude mať po výskoku rýchlosť  $v_2 - u$ . Vidíme, že ľavá strana rovnice (3) je rovnaká ako časť rovnice (2), preto ju dosadíme. Dostávame

$$Mv_0 + 2mv_0 = Mv_2 + m (v_2 - u) + m (v_1 - u) . \quad (4)$$

Ak obaja vyskočia naraz, tak môžeme zapísať ZZH pre túto situáciu ako

$$Mv_0 + 2mv_0 = v_3 M + 2m (v_3 - u) , \quad (5)$$

kde  $v_3$  je výsledná rýchlosť vlaku a osoby po výskoku budú mať rýchlosť voči zemi  $v_3 - u$ .

<sup>1</sup>Pokiaľ na telesá nepôsobia vonkajšie sily.

Vidíme, že levé strany rovnic (5) a (4) sa rovnajú, teda ich môžeme porovnať

$$\begin{aligned}v_3 M + 2m(v_3 - u) &= Mv_2 + m(v_2 - u) + m(v_1 - u), \\v_3(M + 2m) - 2mu &= v_2(M + m) - 2mu + mv_1, \\v_3(M + 2m) &= v_2(M + m) + mv_1, \\ \frac{v_3}{v_2} &= \frac{M + m + m\frac{v_1}{v_2}}{M + 2m}.\end{aligned}\tag{6}$$

Z rovnice (2) je jednoduchou úvahou možné vidieť, že  $v_2 > v_1$ . Tým pádom celý zlomok na prevej strane rovnice (6) je menší ako 1. A z toho vyplýva

$$v_3 < v_2,$$

z čoho dostávame záver, že vlak dosiahne väčšiu rýchlosť, ak osoby vyskočia postupne.

*Michal Červeňák*  
miso@fykos.cz

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.