Úloha II.S ... driftujeme

6 bodů; průměr 2,67; řešilo 12 studentů

a) *Které drifty budeme pozorovat v lineární pasti? Představte si, že je osa pasti vodorovná, bude v pohybu částic hrát významnou roli drift způsobený gravitační silou?*
b) *Odvoďte vztah pro ztrátový kužel a nakreslete originální obrázek, který bude názorně ilustrovat chování částic v lineární pasti.*
c) *Odvoďte vztah pro drift způsobený elektrickým polem, které je kolmé na magnetické pole a má konstantní gradient ve směru svého působení. Diskutujte různé typy pohybu částice v závislosti na velikosti gradientu.*

a) V lineární pasti, která byla znázorněna na obrázku doprovázejícím druhý díl seriálu, budeme pozorovat především drifty způsobené nehomogenním magnetickým polem. Gradient magnetického pole paralelní ke směru siločar bude odrážet částice s vhodným poměrem paralelní a kolmé rychlosti zpět do prostoru pasti. Vzhledem k tomu, že dle Maxwellových rovnic je celková divergence magnetického pole nulová, bude gradient ve směru pole vyvolávat i gradient ve směru kolmém na pole. Ten bude způsobovat precesní pohyb částic, které budou pomalu rotovat okolo osy pasti. Tím se budou částice promíchávat a bude se rušit vliv driftu způsobený gravitací, který by částice separoval ve směru kolmém na osu pasti a směr gravitační síly. Pokud bychom uvažovali přítomnost plazmatu s kolektivním chováním (a ne jen individuálních nabitých částic), zcela jistě by se objevil i $E \times B$ drift – ionty a elektrony by z pasti unikaly různým tempem a tím by se narušovala kvazineutralita plazmatu v pasti, což by vedlo ke vzniku elektrických polí.
b) Vyjdeme z předpokladu zachování magnetického momentu μ, který bude stejný pro částici v místě s nejmenším magnetickým polem B_0 (tj. uprostřed pasti) a s maximálním polem (na kraji) B_{max} (v dalším textu bude rychlost v tomto místě označována jako v_1)

$$\mu = \frac{mv_{\perp 0}^2}{2B_0} = \frac{mv_{\perp 1}^2}{2B_{\mathrm{max}}} \,.$$

Uvažujme případ takové částice, která bude mít v místě maximálního magnetického pole přesně nulovou paralelní rychlost, tj. veškerá její kinetická energie se transformuje do kolmé složky

$$\frac{mv_{\perp 0}^2}{2B_0} = \frac{mv_0^2}{2B_{\mathrm{max}}} \,.$$

Z tohoto vztahu snadno odvodíme podmínku pro poměr celkové a kolmé rychlosti

$$\frac{v_{\perp 0}^2}{v_0^2} = \frac{B_0}{B_{\mathrm{max}}} \,.$$

Tomuto poměru odpovídá ve fázovém rychlostním prostoru ztrátový kužel s úhlem α

$$\sin^2 \alpha = \frac{B_0}{B_{\mathrm{max}}} \,.$$

Částice, které se nacházejí uvnitř ztrátového kužele, mají dostatečně velký poměr paralelní složky rychlosti ku celkové velikosti rychlosti na to, aby dokázaly z pasti uniknout.

$$v_{||} > v\sqrt{\frac{B_0}{B_{\mathrm{max}}}} \,.$$

c) Vyjdeme z rovnice ze seriálu, kde konstantní elektrické pole nahradíme výrazem

$$E = E_0 + ay\,,$$

kde a je gradient elektrického pole. Dále budeme postupovat podobně jako v seriálu s využitím vztahu

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = av_y\,.$$

Takto budeme schopni separovat soustavu diferenciálních rovnic a dojít k rovnici pro v_y

$$\frac{\mathrm{d}^2 v_y}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{e}{m}av_y - \left(\frac{eB}{m}\right)^2 v_y = -\Omega_L\left(\frac{a}{B} + \Omega_\mathrm{L}\right)v_y\,.$$

Částice se bude pohybovat s pozměněnou Larmorovskou frekvencí. Zajímavý je případ, kdy

$$-\frac{a}{B} > \Omega_\mathrm{L}\,.$$

V tomto případě se změní znaménko koeficientu u v_y, tedy změní se charakter řešení diferenciální rovnice – z lineárního harmonického oscilátoru přejde na exponenciální řešení. Larmorovský pohyb bude tedy nahrazen pohybem ve směru elektrického pole.

Michael Komm
`robin@fykos.cz`

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.