

Úloha II.2 ... hollow Earth

2 body; průměr 1,81; řešilo 73 studentů

Kdyby se všechna hmota Země vzala a přemodelovala se na kulovou slupku o tloušťce $d = 1$ km (se stejnou hustotou), jaký by tato nová „Země“ měla vnější poloměr? Jaké by bylo gravitační zrychlení na jejím vnějším povrchu?

Karel neustále vymýšlí nerealistické myšlenkové experimenty

Uvažujme poloměr Země $R_Z = 6378$ km. Objem koule s tímto poloměrem je

$$V_Z = \frac{4}{3}\pi R_Z^3.$$

Objem kulové slupky o vnějším poloměru R_S a tloušťce d lze přesně vyjádřit jako

$$V_S = \frac{4}{3}\pi [R_S^3 - (R_S - d)^3] = \frac{4}{3}\pi (3R_S^2d - 3R_Sd^2 + d^3).$$

Pro $d \ll R_S$ lze zanedbat členy d v druhé a vyšší mocnině. Požadujeme, aby se objem slupky a objem Země rovnaly. Dostáváme tedy rovnost

$$R_Z^3 \approx 3R_S^2d,$$

$$R_S \approx \sqrt{\frac{R_Z^3}{3d}} \doteq 2,9 \cdot 10^5 \text{ km}.$$

Jelikož Země bude stále sféricky symetrická, bude tvořit sféricky symetrické, tedy centrální, silové pole. V takovémto poli je zrychlení nepřímě úměrné druhé mocnině vzdálenosti od středu symetrie, tedy od středu koule.¹ Ta je v našem případě R_S . Pokud si uvědomíme, že zrychlení na povrchu Země je nyní

$$g = G \frac{M_Z}{R_Z^2},$$

můžeme pomocí tohoto vyjádřit i nové gravitační zrychlení

$$g' = G \frac{M_Z}{R_S^2},$$

$$g' = g \frac{R_Z^2}{R_S^2} \approx 3G \frac{d}{R_Z} \doteq 4,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}.$$

Zrychlení na povrchu takovéto Země by tedy bylo asi 2000krát slabší než na naší Zemi.

Tomáš Bárta
tomas@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

¹A to díky tomu, že tok gravitačního pole libovolnou uzavřenou plochou splňuje podmínku, které říkáme *Gaussova věta*.