

Úloha II.P ... výtahová

5 bodů; průměr 2,93; řešilo 56 studentů

Je možné, že se při pádu výtahu člověk před jistou smrtí zachrání dobře časovaným výskokem? Zjistěte, při jaké největší rychlosti pádu by to bylo možné (rychlost výtahu těsně před dopadem, při které již cestující zahynou si vyhledejte nebo odhadněte). *Terka nechtěla zemřít.*

Při pádu ve výtahu se uplatní mnoho faktorů, které naše přežití ovlivňují. Například ve výtahu padajícím volným pádem budeme pocítovat stav beztíže a odrazit se bude obtížné. Ale na skutečný výtah zase bude působit minimálně odpor vzduchu pod ním a beztíž nebude tak markantní. Už jednoduchou úvahou je jasné, že abychom si pomohli za všech podmínek, musíme vyskočit těsně před koncem pádu tak, že naše celková rychlost bude nulová (když bereme v úvahu to, že naše hmotnost je srovnatelná s hmotností výtahu, musíme umět vyskočit ještě rychleji). To ale pro velké výšky není v lidských silách ani pro ustálenou rychlost pádu. Nechtě tedy padáme z menší výšky, kdy aproximace volným pádem nebude vadit. Uvažme také, že se nám podaří odrazit stejně jako na zemi – když pak za těchto lepších podmínek dojdeme k negativnímu výsledku, máme jisté, že při horších tomu bude také tak.

Pokud si nejsme jisti, kde vyskočit, síla našeho odrazu není jediný parametr, který naše eventuální přežití ve výtahu ovlivňuje. Také musíme vzít v úvahu to, kolik prostoru ještě máme pod sebou. Vyšetřujeme tedy závislost konečné rychlosti dopadu člověka na výšce h , ze které výtah začal padat, a bezrozměrném parametru ϱ , který vyjadřuje poměr výšky h_1 , kdy dojde k výskoku, a už definovaného h . Nechtě má výtah hmotnost M a my m .

Předpokládejme, že výtah se utrhl z klidu. Tíhovou silou začne být urychlován směrem dolů a v místě, kde bychom se rozhodli vyskočit, bude mít rychlost

$$v = -\sqrt{2g(h - h_1)} = -\sqrt{2gh(1 - \varrho)},$$

kteřou jsme nabrali i my jako pasažéři uvnitř. Mínus uvádíme proto, že jde o pohyb směrem dolů. V okamžiku průchodu výškou h_1 vyskočíme. Jak popíšeme tuto událost? Uvažme analogii s výskokem z klidu. Bez pomůcek tehdy vyskočíme nejvýše h_0 vysoko. Tedy naše svaly vykonaly práci rovnou potenciální energii v této výšce ($E = mgh_0$). Když teď budeme okamžik výskoku popisovat pomocí zákona zachování energie, můžeme ji přičíst k počáteční kinetické energii. Když k tomu přidáme zákon zachování hybnosti, umíme vyjádřit rychlost člověka ve výtahu po výskoku (v_c). Vyjdeme tedy z

$$(m + M)v = mv_c + Mv_v \quad \text{a} \quad \frac{1}{2}(m + M)v^2 + mgh_0 = \frac{1}{2}mv_c^2 + \frac{1}{2}Mv_v^2.$$

Z první rovnice (ZZH) si nejdřív vyjádříme v_v (rychlost výtahu po výskoku) a dosadíme do zákona zachování energie. Po úpravách nám vyjde, že

$$v_c = v + \sqrt{\frac{2gh_0M}{m + M}} = \sqrt{2g} \left(\sqrt{\frac{Mh_0}{M + m}} - \sqrt{h - h_1} \right).$$

Ze dvou kořenů kvadratické rovnice jsme si vybrali ten, který odpovídá výskoku směrem nahoru. Druhý popisuje odraz dolů, který v této situaci nemá valného smyslu.

Teď už zbývá jen vypočítat, jakou rychlost budeme mít při dopadu na zem. Uvažujme, že jsme se při výskoku do výtahu stále vešli a dál padáme volným pádem. Už jde v principu jen o svislý vrh vzhůru (nebo dolů, podle toho, jak moc jsme se odrazili). Proto konečná rychlost v_d bude

$$v_d = v_c - gt,$$

kde t je doba, po kterou budeme padat. Tu zjistíme tak, že budeme zkoumat y -ovou souřadnici pohybu. Začínáme z výšky h_1 a padáme do $y = 0$:

$$0 = h_1 + v_c t - \frac{1}{2} g t^2 .$$

Z řešení této rovnice si vybereme kladný kořen, tj. $t = \frac{v_c + \sqrt{v_c^2 + 2gh_1}}{g}$, a po dosazení do rovnice pro rychlost zjišťujeme, že výsledek je

$$v_d = -\sqrt{v_c^2 + 2gh_1} = -\sqrt{2g} \sqrt{\varrho h + \left(\sqrt{\frac{Mh_0}{M+m}} - \sqrt{h(1-\varrho)} \right)^2},$$

přičemž jsme vztah mezi h a h_1 vyjádřili pomocí ϱ .

Z výsledku vidíme, že nejmenší rychlost, kterou můžeme na zem dopadnout, je taková, kterou bychom nabrali při pádu z výšky výskoku. Docházíme k závěru, že nejvhodnější výška pro výskok je 0 m pro libovolné počáteční h . Pokud bychom totiž vyskočili příliš brzo, dáváme volnému pádu možnost srovnat rozdíl rychlostí po poměrně dlouhou dobu. U malých h si tím dokonce pohoršíme, protože dohromady vyskočíme ještě výše, než odkud jsme začali padat. Nejvíce bychom si pomohli, kdyby výtah padal z výšky přibližně h_0 (přesně h_0 by to bylo, kdybychom nic nevážili). Pro $h > h_0$ se bude rozdíl mezi rychlostí dopadu blížit rychlosti výskoku. Když uvážíme, že člověk by mohl přežít pád ze třetího podlaží a že vyskočí asi do 60 cm, efektivně by si přidal necelé patro navíc. Pád z takto malých výšek navíc proběhne tak rychle, že by si padající ani nestihl uvědomit, že padá. Skákat ve výtahu tedy nemá smysl, lepší je zaujmout nějakou vhodnou polohu.

Aleš Podolník
ales@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.