Milí řešitelé!

Zahájení pětadvacátého ročníku je již za námi, a tak držíte v rukou další brožurku se zadáním úloh našeho semináře. Kromě toho se též dozvíte autorská řešení úloh minulé série.

Za okny se sice po ránu prohánějí mrazíci, ale my se v prvních dvou úlohách budeme zabývat duhou. V další úloze se podíváme až do Skotska na podivné lodní zařízení. Čtvrtá úloha využívá obligátního prostředí zrychlujícího vlaku a následující úloha vám připomene, kdy odesílat řešení této série. Anebo se jedná o jiného Mikuláše? Je-li vlak obligátním prostředím, tak výtah je samozřejmostí; podaří-li se vám vyřešit problémovou úlohu, můžete někomu zachránit život. V obálce jste též obdrželi dvojici čoček[1], které čekají na to, až je proměříte v rámci experimentu. Nakonec opět zamíříme do vesmírného sousedství anebo dálav, jak to skutečně je, se dočtete v seriálu.

Den otevřených dveří

Každý rok je jeden den na Matematicko-fyzikální fakultě věnován nejenom přímo zájemcům o studium, ale i jakýmkoliv zájemcům o fyziku, matematiku nebo informatiku formou dne otevřených dveří, kde se můžete dozvědět, jak se na MFF UK studuje, ale také navštívit některá zajímavá fyzikální experimentální pracoviště či si poslechnout zajímavou odbornou přednášku. Program a podrobnosti můžete nalézt na webu `http://www.mff.cuni.cz/verejnost/dod/`.

Podzimní série přednášek

Na podzim chystáme sérii přednášek sloužících (nejen) k přípravě na fyzikální olympiádu. Program je následující:

- **3. listopadu** Optika,
- **17. listopadu** Zákony zachování,
- **1. prosince** Tepelné stroje,
- **15. prosince** Řešení elektrických obvodů.

Všechny přednášky se budou konat od 18.10 v posluchárně T1 v budově Matematicko-fyzikální fakulty v Troji, V Holešovičkách 2, Praha 8.

Organizátoři

Zadání II. série

Termín doručení: 7. prosince 2011 18.00

Úloha II.1 ... chromohrátky (2 body)

Jak by vypadala duha, kdyby místo deště ze sladké vody pršel třeba olej, kyselina sírová nebo sklo?

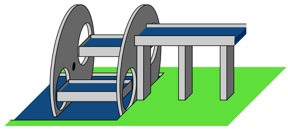
Úloha II.2 ... zelený skřítek (2 body)

Co uvidí člověk, když si stoupne na konec duhy?

[1] Pokud jste čočky v obálce nenalezli, spojte se s námi na adrese `cocky@fykos.cz`.

Úloha II.3 ... výtah pro lodě 4 body

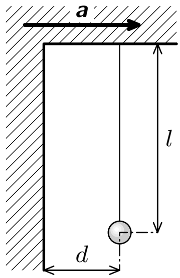
V jednom skotském městečku si postavili výtah pro lodě. Jde o dvě velké vany plné vody na koncích dlouhého ramena, které je uprostřed zavěšeno. Do vany najede loď a pomocí motoru se začne s ramenem otáčet. Jaký výkon musí mít motor, aby takto loď zvedl?



Obr. 1: Lodní výtah

Úloha II.4 ... kulička ve vlaku 4 body

Mějme svislou desku a ve vzdálenosti d od ní kuličku o hmotnosti m na závěsu délky l. V určitém okamžiku se celá soustava začne pohybovat se zrychlením a ve směru kolmém na desku. Určete podmínku pro velikost zrychlení, aby se kulička desky dotkla, a za jak dlouho k tomu dojde, víte-li, že vzdálenost d není větší než jedna pětina l.



Obr. 2

Úloha II.5 ... Mikulášovy kučery 4 body

Lidský vlas má u některých lidí tendenci zaujmout zakroucený tvar. Uvažujme vlas, který má v klidovém stavu dané parametry podobně jako stočená pružinka (poloměr, sklon, materiálové konstanty). Spočítejte, jak se vlas prodlouží, když ho nejprve položíme vodorovně na stůl a potom ho pověsíme svisle dolů. Uvažujte hodně stočený vlas, tj. s malým sklonem.

Úloha II.P ... výtahová 5 bodů

Je možné, že se při pádu výtahu člověk před jistou smrtí zachrání dobře časovaným výskokem? Zjistěte, při jaké největší rychlosti pádu by to bylo možné (rychlost výtahu těsně před dopadem, při které již cestující zahynou si vyhledejte nebo odhadněte).

Úloha II.E ... čočkování 8 bodů

V obálce jste spolu se zadáním dostali i dvě čočky. Vaším úkolem je změřit jejich parametry – druh a ohniskovou vzdálenost.

Poznámka Pokud nejste stávající řešitelé FYKOSu, ale máte zájem se jimi stát, pak neváhejte a objednejte si čočky až domů. A to s dostatečným předstihem, aby vám stihly dojít včas. Objednávejte na emailu `cocky@fykos.cz`.

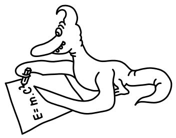
Úloha II.S ... vzdálenosti a černé těleso 6 bodů

a) Absolutně černé těleso z definice pohltí všechno světlo, co na něj dopadne, a ve všech vlnových délkách. Zároveň je to ideální zářič s charakteristickým spektrem. Můžeme si ho představit třeba jako temné okno domu. Slunce však na první pohled energii pouze vydává. Jak je tedy možné, že jeho záření lze v prvním přiblížení aproximovat absolutně černým tělesem?

b) V textu jsme vyjádřili Planckovu funkci jako funkci vlnové délky a teploty. Zkuste ji vyjádřit v závislosti na teplotě a frekvenci. Dokažte, že pro velké vlnové délky a vysoké teploty Planckova funkce přechází v Raighleyův-Jeansův zákon $B_\lambda(T) = 2ckT/\lambda^4$ a naopak ve Wienův zákon $B_\lambda = 2hc^2/\lambda^5 \exp\left(-hc/\lambda kT\right)$ pro nízké teploty a malé vlnové délky.

c) Kruh, který napozoroval Hubbleův vesmírný dalekohled v supernově SN1987A, má podél hlavní poloosy úhlový průměr 1,66″. Má jít o cirkulární objekt, který je díky natočení vůči nám pozorován jako elipsa. Světlo ze vzdálenější části elipsy doletělo k Zemi o 340 dnů později než z bližšího konce. Proměřte fotografii[2], určete úhel natočení vůči pozorovateli a zkuste spočítat poloměr kruhu. S pomocí trigonometrie určete vzdálenost objektu.

d) Pro určení červeného posuvu se zpravidla používají spektrální čáry vodíku. Odhadněte, do jaké hodnoty červeného posuvu z se pomocí spekter můžeme dostat. Zkuste zjistit (nebo navrhnout), jak se měří z u vzdálenějších objektů.



Řešení I. série

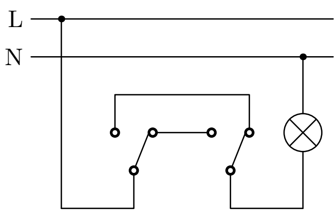
Úloha I.1 ... Pepiččina žárovička

2 body; průměr 1,46; řešilo 85 studentů

Pepička si koupila žárovičku, dva přepínače a klubko drátu. Jak má žárovičku a přepínače zapojit, aby změnou polohy kteréhokoli přepínače žárovička vždy změnila stav mezi svítí/nesvítí? Jak by to bylo, kdyby chtěla Pepička takto zapojit víc než dva přepínače?

Mára neuměl vyměnit vypínač.

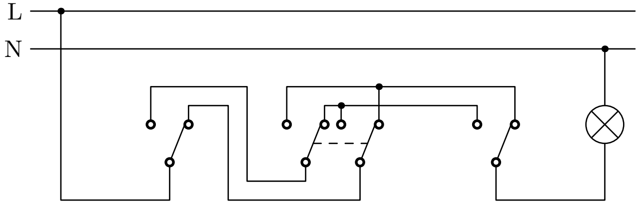
Nejprve vyřešíme úlohu se dvěma přepínači. Řešení je značně praktické, neboť se často stane, že chceme ovládat jednu žárovku ze dvou míst tak, aby se při každém přepnutí změnil stav svítí/nesvítí. Tohoto bychom využili třeba na schodišti, kdy při cestě nahoru zapneme světlo na úpatí schodiště a po jeho zdolání ji zase chceme vypnout, jenže už v prvním patře. Tomuto zapojení říkají elektrikáři schodišťové zapojení (z výše uvedených důvodů). Podívejte se na obrázek 3 a zjistíte, že obvod bude fungovat přesně tak, jak potřebujeme.



Obr. 3: Dvojice schodišťových vypínačů

Pokud bychom chtěli přidávat další přepínače do tohoto zapojení tak, aby se zachovala požadovaná vlastnost, nevystačili bychom si už s pouhými přepínači, některé z nich by už musely být provázané. Představme si, že žárovka svítí – jeden obvod tedy musí být uzavřen dvěma původními přepínači A, B. Pokud bychom tento stav třetím přepínačem (nazvěme ho C) chtěli změnit, museli bychom přepínačem C tento obvod rozpojit. Potom by ale změna poloh prvních dvou vypínačů nezpůsobila žádnou změnu, neboť obvod, jimi dvěma uzavřený, byl rozpojen přepínačem C. Přepínače by se tedy musely navzájem ovlivňovat, při přepnutí jednoho bychom zároveň museli změnit polohu druhého, například tak, jak je na znázorněno na obrázku 4.

[2] `http://www.stsci.edu/~inr/observ/dpics/SN1987A_Rings.gif`



Obr. 4: Trojice schodišťových vypínačů

Tereza Zábojníková
terka@fykos.cz

Úloha I.2 ... plavec v řece

2 body; průměr 1,46; řešilo 91 studentů

Plavec se snaží přeplavat řeku, v níž teče voda rychlostí $v_\mathrm{r} = 2\,\mathrm{km/h}$. *Sám přitom plave rychlostí* $1\,\mathrm{m/s}$. *Po jaké dráze a jakým směrem musí plavat, aby se nejméně namohl? V jakém místě a za jak dlouho vyplave na druhý břeh? A co aby jeho dráha byla nejkratší? Šířka řeky je* $d = 10\,\mathrm{m}$.

Vymyslel plavec Petr.

Protože plavec plave stále stejně rychle bez ohledu na to, kam ho unáší proud, tak potřebuje plavat co nejkratší dobu, aby se co nejméně namohl. To znamená, že v soustavě spojené s pohybující se řekou bude plavat kolmo na břeh.

Protože koná vzhledem k zemi dva na sobě nezávislé rovnoměrné přímočaré pohyby, výsledkem jejich složení bude opět přímka, která bude se břehem, od kterého vyplaval, svírat úhel

$$\alpha = \mathrm{arctg}\left(\frac{v_\mathrm{p}}{v_\mathrm{r}}\right) = 61^\circ\,,$$

kde v_p označuje rychlost plavce. Na druhý břeh vyplave za čas $t = d/v_\mathrm{p} = 10\,\mathrm{s}$. Proud ho přitom snese o vzdálenost

$$s = tv_\mathrm{r} = d\frac{v_\mathrm{r}}{v_\mathrm{p}} = 5{,}5\,\mathrm{m}\,.$$

Aby jeho dráha byla nejkratší, musí vyplavat kolmo na druhém břehu. Přitom aby plaval kolmo na břeh, musí mít složka v_p rovnoběžná se břehem stejnou velikost (ale opačný směr) jako v_r. Vzhledem k řece tedy musí plavat tak, aby vektor jeho rychlosti svíral s proudem úhel

$$\beta = \arccos\left(\frac{v_\mathrm{r}}{v_\mathrm{p}}\right) = 56^\circ\,.$$

K tomu, abychom zjistili, za jak dlouho vyplave, potřebujeme znát složku rychlosti v_p, která je kolmá na břeh. Snadno ji dopočteme z Pythagorovy věty jako $v_\mathrm{n} = \sqrt{v_\mathrm{p}^2 - v_\mathrm{r}^2}$. Čas, za který vyplave, je

$$t = \frac{d}{v_n} = \frac{d}{\sqrt{v_\mathrm{p}^2 - v_\mathrm{r}^2}} = 12\,\mathrm{s}\,.$$

Petr Ryšavý
petr@fykos.cz

Úloha I.3 ... hustilka

4 body; průměr 2,76; řešilo 59 studentů

Jakou teplotu má vzduch, který foukáme do duše kola? Duši hustíme na 3 atmosféry, do pumpičky přichází vzduch o teplotě 20 °C. *Lukáš s Jáchymem diskutovali o plynech a válcích.*

Duši hustíme tak, že vzduch v hustilce nejprve velmi rychle stlačíme a pak přefoukneme do duše. Ve skutečnosti musíme dosáhnout tlaku o něco vyššího, než jaký je v duši, aby k přesunu vzduchu došlo. Zároveň se vzduch v průběhu ochlazuje od okolí. To závisí na teplotě hustilky, která se většinou dost zahřeje. Jelikož se vliv těchto jevů neodvažujeme odhadnout, spokojíme se s tím, že hustilka už je zahřátá a otvor pro přepouštění vzduchu je dostatečně velký, aby nebylo třeba tlaku o moc většího než 3 atmosféry.

Jelikož je stlačení velmi rychlé, můžeme daný děj považovat za adiabatický. Pro něj platí známý vztah

$$pV^{\kappa} = \mathrm{konst}\,,$$

kde p je tlak plynu, V je jeho objem a κ je Poissonova konstanta pro vzduch. Zároveň musí být po celou dobu splněna stavová rovnice plynu

$$pV = nRT\,,$$

kde n je látkové množství plynu, R je univerzální plynová konstanta a T je termodynamická teplota plynu. Označíme-li počáteční hodnoty indexem 0 a koncové hodnoty indexem 1, získáme tyto tři rovnice:

$$p_0 V_0^{\kappa} = p_1 V_1^{\kappa}\,, \tag{1}$$

$$p_0 V_0 = nRT_0\,, \tag{2}$$

$$P_1 V_1 = nRT_1\,. \tag{3}$$

Rovnici (1) upravíme na

$$\frac{V_1}{V_0} = \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}}\,. \tag{4}$$

Podílem rovnic (3) a (2) a krátkou úpravou získáme

$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{p_0 V_0} T_0$$

a dosazením z (4)

$$T_1 = \frac{p_1}{p_0}\left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}} T_0\,.$$

Protože vzduch stlačujeme na 3 atmosféry, platí $p_1/p_0 = 3$, dále $\kappa = 1{,}4$ a $T_0 = 293\,\mathrm{K}$. Dosadíme do vzorce a získáme

$$T_0 = 3\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{1,4}} \cdot 293\,\mathrm{K} \approx 401\,\mathrm{K} \approx 128\,{}^{\circ}\mathrm{C}\,.$$

Až se příště spálíme o hustilku, nebudeme se divit.

Jáchym Sýkora
jachym@fykos.cz

Úloha I.4 ... drrrrr

4 body; průměr 2,30; řešilo 27 studentů

Mezi dvěma opačně nabitými deskami se sem a tam odráží vodivá kulička zanedbatelných rozměrů. S jakou frekvencí se pohybuje? Napětí mezi deskami je U. Při nárazu se kulička nabije na náboj velikosti Q shodný s polaritou desky. Koeficient restituce je k.
Bonus: *Odpovídá výkon na tomto rezistoru energetickým ztrátám při nárazech?*
Poznámka: *Koeficient restituce je poměr kinetických energií po nárazu a před ním.*

Jáchym hodil do stroje kuličku.

Keďže sa guľôčka nabije na náboj rovnakej polarity ako doska, do ktorej narazí, po každom náraze je naďalej urýchlovaná elektrickým poľom. Takto ale nezískava energiu neustále, po zopár nárazoch sa jej pohyb stane takmer periodický. Guľka totiž pri náraze stráca energiu, a hodnota tejto energie závisí od rýchlosti. Čím ide rýchlejšie, tým má väčšiu kinetickú energiu, a teda aj o viac energie príde. Takto bude získavať energiu z potenciálového rozdielu a zrýchlovať, až pokiaľ sa nedostane do ustáleného stavu, v ktorom pri zrážke stratí rovnakú energiu, akú získa pri prechode medzi doskami. Na rovnakej rýchlosti by sa ustálila aj v prípade, ak by najprv išla prirýchlo.

Označíme si rýchlosť tesne pred dopadom v a po odraze u. Koeficient reštitúcie je definovaný ako

$$k = \frac{\frac{1}{2}mu^2}{\frac{1}{2}mv^2} = \frac{u^2}{v^2}\,.$$

Teraz vieme vypočítať ustálenú rýchlosť, napríklad tú pred dopadom

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 = UQ\,.$$

Čo vyjadruje, že guľôčka získa na napätí rovnakú energiu, akú stratí pri náraze. Rýchlosť v už len vyjadríme

$$\frac{1}{2}mv^2(1-k) = UQ$$

$$v = \sqrt{\frac{2UQ}{m(1-k)}}\,.$$

Ako vyzerá pohyb medzi doskami? Ak sú tieto dosky dostatočne veľké v porovnaní s medzerou medzi nimi, tak môžeme elektrické pole považovať za homogénne, a takéto pole pôsobi na guľôčku konštantnou silou. Pohyb je teda jednoducho rovnomerne zrýchlený. Ak si označíme vzdialenosť dosiek d, a uvedomíme si, že priemerná rýchlosť je aritmetický priemer u a v (je to kvôli konštantnému zrýchleniu, premyslite si!), čas prechodu medzi doskami bude

$$t = \frac{d}{(u+v)/2} = \frac{2d}{u+v}\,.$$

Frekvencia je obrátená hodnota periódy, a v našom prípade perióda zahrňuje pohyb tam a spať, teda je dvojnásobok času t.

$$f = \frac{1}{2t} = \frac{u+v}{4d}$$

Teraz už len dosadíme za rýchlosť

$$f = \frac{1+\sqrt{k}}{4d} v = \frac{1+\sqrt{k}}{4d}\sqrt{\frac{2UQ}{m(1-k)}} = \sqrt{\frac{UQ}{8md^2}\left(\frac{1+\sqrt{k}}{1-\sqrt{k}}\right)}\,.$$

Tu síce vystupujú parametre, ktoré neboli v zadaní, no jednoduchou úvahou zistíme, že tam skutočne majú byť, a nedajú sa vyjadriť. Obe veličiny, hmotnosť aj vzdialenosť dosiek, vieme meniť nezávisle od zvyšných zadaných parametrov, takže vieme vyrobiť dve situácie, ktoré sa líšia len napr. hmotnosťou guľôčky, ktorá teda nemôže byť kombináciou už zadaných veličín ako napätie, prenášaný náboj či koeficient reštitúcie.

V bonuse určite zanedbáme všetky straty energie okrem tých, ktoré nastávajú pri zrážke, kvôli koeficientu reštitúcie. Tu potom jasne vidíme, že výkon, ktorý dodáva zdroj poskytujúci napätie U, sa mení len na stratový výkon pri nárazoch. Presvedčiť sa o tom dá aj priamo počítaním týchto dvoch výkonov, všetko potrebné už máme vyjadrené. Stačí len náboj prenesený za čas t (takto totiž vyzerá definícia prúdu) vynásobiť napätím U, a tento výkon porovnať so stratou kinetickej energie pri jednom náraze delenou časom t, aby sme opäť dostali výkon (čo, ako si môžeme všimnúť, je nakoniec len rovnica vyjadrujúca rovnosť získanej a stratenej energie, z ktorej sme vychádzali na začiatku).

Vidíme teda, že ak si všímame len vonkajší výkon a prúd, správa sa takýto rezistor ako skutočný odpor. Skôr ako však bežíme na patentový úrad, mali by sme si so sklamaním všimnúť, že jeho voltampérová charakteristika nie je priamka. Prúd $I = Q/t = Qf$ závisí od napätia nie lineárne, ako by sa na správny rezistor patrilo, ale komplikovanejšie, kvôli čomu klesá odpor s druhou odmocninou napätia. Analógia so skutočným rezistorom je teda možná len čiastočne.

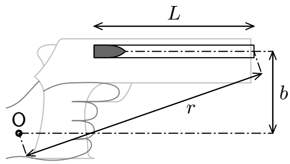
Ján Pulmann
`janci@fykos.cz`

Úloha I.5 ... zpětný ráz

4 body; průměr 2,33; řešilo 33 studentů

Při výstřelu z pistole zpětný ráz pistolí trhne a střela vyletí jiným směrem, než kam původně mířila hlaveň. O jak velký úhel se jedná? Uvažujte, že vliv gravitace je po celou dobu výstřelu kompenzován svaly v ruce a bod otáčení je v zápěstí. Znáte moment setrvačnosti pistole s rukou vzhledem k bodu otáčení, hmotnost a úsťovou rychlost projektilu a vzdálenosti popsané v obrázku. Hodnoty těchto veličin můžete zkusit odhadnout a výsledek číselně dopočítat.

Vymyslel odstřelovač, který si přál zůstat anonymní.



Obr. 5

Nejprve bychom se měli zamyslet, co se při výstřelu děje. Kulka v hlavni postupně zrychluje a na pistoli působí reakční síla. Protože ale osa otáčení není v ose hlavně, tak její moment není nulový. Dále ještě na pistoli působí gravitační síla, ale ta je dle zadání plně kompenzována svaly v ruce.

Nejprve určeme, jakou rychlostí se bude pohybovat hlaveň v okamžiku výstupu kulky z hlavně. Jako v mnoha dalších případech můžeme i zde použít zákony zachování. Protože celkový moment sil, který působí na pistoli s rukou, je nulový (pistole je před výstřelem v klidu), zachovává se moment hybnosti celé soustavy. Budeme jej uvažovat vzhledem k ose otáčení O, mohli bychom uvažovat libovolný jiný, ale tento je nejvhodnější. Označíme-li v_{ust} úsťovou rychlost projektilu o hmotnosti m, z druhého Newtonova zákona dostáváme

$$mbv_{\mathrm{ust}} = I\omega_{\mathrm{O}}\,,$$

kde ω_{O} je úhlová rychlost otáčení pistole okolo zápěstí v okamžiku, kdy náboj opouští hlaveň, a I je moment setrvačnosti pistole vzhledem k ose otáčení. Proto pro rychlost konce hlavně $v_\perp$ platí

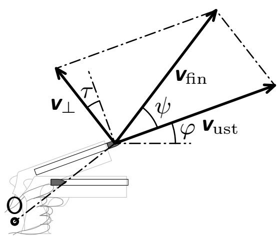
$$v_\perp = \frac{mbr}{I} v_{\mathrm{ust}}\,. \tag{5}$$

Tuto rychlost budeme muset nakonec vektorově přičíst k úsťové rychlosti projektilu, avšak ještě musíme určit, o kolik se „nadzvedne“ hlaveň během výstřelu.

Nyní se tedy pokusme určit úhel otočení hlavně okolo bodu O během zrychlování náboje. V každém okamžiku musí platit zákon zachování momentu hybnosti, tj. vztah (5). Můžeme nyní použít definici rychlosti, tj. že jde o poměr změny polohy a uplynulého času

$$\frac{\Delta y}{\Delta t} = v_\perp = \frac{mbr}{I} v_{\mathrm{ust}} = \frac{mbr}{I}\frac{\Delta x}{\Delta t}\,,$$

kde Δx je posunutí náboje v hlavni a Δy je posunutí konce hlavně. Z tohoto vidíme (po vynásobení Δt), že změna polohy konce hlavně je přímo úměrná změně polohy náboje, proto i celkové posunutí konce hlavně H je přímo úměrné poloze náboje a platí



Obr. 6: Směr výletu kulky

$$H = \frac{mbr}{I} L\,.$$

Pro úhel otočení (v radiánech) platí

$$\varphi = \frac{R}{r} = \frac{mbL}{I}\,.$$

Nyní již musíme pouze dát dohromady všechny vlivy. Celá situace je uvedena na obrázku 6. Protože je rychlost pohybu pistole vzhledem k rychlosti pohybu kulky malá, nebude mít téměř vliv na velikost rychlosti v_{fin}, ale bude mít vliv na její směr. Průmět rychlosti $v_\perp$ do směru kolmého k ose hlavně je $v_\perp \cos\tau$, ale podíváme-li se na obrázek ze zadání 5, tak zjistíme, že $\sin\tau = b/r$, tj. $\cos\tau = \sqrt{1 - b^2/r^2}$. Změna směru výstřelu odpovídající tomuto vlivu je rovna

$$\psi \approx \sin\psi = \frac{v_\perp\sqrt{1 - b^2/r^2}}{v_{\mathrm{ust}}} = \frac{mbr}{I}\sqrt{1 - b^2/r^2} = \frac{mb}{I}\sqrt{r^2 - b^2}\,.$$

Celková změna směru letu δ je rovna součtu úhlu otočení koltu a odchylce způsobené právě nenulovou rychlostí otáčení koltu. Platí

$$\delta = \varphi + \psi = \frac{mb}{I}\left(\sqrt{r^2 - b^2} + L\right)\,.$$

Nyní ještě zkusme odhadnout hodnoty jednotlivých parametrů. Pro hodnoty $m = 2\,\mathrm{g}$, $b = 7\,\mathrm{cm}$, $r = 20\,\mathrm{cm}$, $L = 15\,\mathrm{cm}$ a $I = 0{,}1\,\mathrm{kg{\cdot}m^2}$ dostáváme $\delta = 4{,}72 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{rad} = 0^\circ 1' 37''$. Odchylka je velmi malá, což bychom očekávali, ale při střelbě na 100 m vzdálený cíl je takto vzniklá odchylka rovna 4,7 cm, což pro odstřelovače již nemusí být zanedbatelné.

Lukáš Ledvina
lukasl@fykos.cz

Úloha I.P ... zeměkrychle

5 bodů; průměr 3,27; řešilo 63 studentů

Představte si, že by Země měla tvar krychle. Udržela by si takový tvar? Případně jak asi dlouho by si ho mohla udržet? Na čem by to záviselo? Jak by se na ní žilo? Co by se dělo lidem jdoucím po jejím obvodu – jakou gravitační sílu by pociťovali? *Soustředkový brainstorm.*

Představy o různých tvarech Země patří k lidstvu odedávna. Vždyť lepší představu máme teprve několik století, a i tak se najde jistě mnoho těch, kdo by rádi popustili uzdu fantazii. Tvar Země ve tvaru krychle tak i v dnešní době má své místo ve světě umění, fotografie, výtvarnictví. Obliba krychlovité Země se usídlila i v databázích fotobank typu Fotolia i sociálních systémů typu Flickr – sluneční hodiny ve tvaru Krychlozemě zdobí australské město i poličky některých nadšenců.

Země má velké štěstí, že z „placky“ jsme přešli na představu jednodušších těles a nepředstavujeme si ji běžně jako jehlan, dodekaedr nebo nepravidelnou planetku z hlavního pásu Sluneční soustavy. Ale proč tomu vlastně je tak, jak tomu je? Proč velká tělesa jako Země nebo Venuše získala hezký „geoidní“ tvar, zatímco malá tělesa si udržují nepravidelnost brambory?

Země nemůže nikdy na dlouho (tedy z pohledu vesmíru) nosit slušivý tvar různých geometrických těles, ale vždycky hezky zkonverguje (přiblíží se) ke svému geoidu. Je to tím, že je prostě dostatečně hmotná. Stačí si představit třeba něco pořádně těžkého z běžné praxe – čím těžší chcete postavit dům, tím pevnější musí být základy. A těmi základy je Země, proto se také dům udrží – dokáže nést svou vlastní váhu. U malé planetky v rozměrech kilometrů jsou přitažlivé síly v úplně jiných řádech než u Zeměkoule/Zeměkrychle… Ale kdybychom tedy Zemi dnes vymodelovali a nechali ji svému osudu – chudák, dostala by ostré hrany a zbylá sedmička planet by s ní asi chvíli nemluvila – jak by se nám asi žilo?

Kdo si myslí, že „dobře“, asi ještě nikdy nezkoušel roztočit kostku od Člověče, nezlob se. Už jen takový malý detail na úvod – víte, jak je taková osa rotace šestistěnu nestabilní? Rotovala by Země podél osy od vrcholu k vrcholu, nebo podél osy vedoucí středem stěn? Z hlediska mechaniky to vyjde nastejno, protože momenty setrvačnosti vůči tzv. hlavním osám rotace jsou stejné, z čehož pak plyne, že i momenty vůči jakékoli ose procházejícím středem krychle budou stejné (pro homogenní dokonalou krychli). A vzhledem k tomu, že obyčejně mají tělesa tendenci rotovat kolem osy, vůči které mají extremální moment setrvačnosti, tak zrovna v případě krychle jsou osy rovnocenné. Je tedy více než pravděpodobné, že by se prostě čas od času stalo (vlivem nějakého vychýlení, např. srážkou s meteoritem), že by se osa rotace Země změnila. To by změnilo tvar tíhového pole (tvořeného gravitačním a odstředivým zrychlením) a v případě nějaké „dobře mířené“ a silné srážky by se mohly i silně posunout „póly“ naší Zeměkrychle, což by obyvatelům také komplikovalo život.

V zásadě jde o to, že gravitační pole Zeměkrychle by rozhodně nevypadalo jako skorohomogenní, jak jej obvykle my jako obyvatelé Země pociťujeme. Gravitační síla F závisí na rozmístění hmoty, o hustotě $\varrho(\boldsymbol{r}')$ kolem bodu $\boldsymbol{r}$, jenž nás zajímá, jako

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = G \iiint_{\text{Zeměkrychle}} \varrho(\boldsymbol{r}') \frac{\boldsymbol{r}' - \boldsymbol{r}}{|\boldsymbol{r}' - \boldsymbol{r}|^3} \mathrm{d}^3 r' ,$$

který lze analyticky přiblížit v případě krychle metodou polyhedronů [1] nebo řešit numericky. Výsledkem je pole mající stejnou symetrii jako krychle, v němž se vektor gravitačního zrychlení odchyluje od směru ke středu Zeměkrychle až o 7° (vždy na kružnicích ležících na povrchu o poloměru čtvrtiny délky hrany se středem ve vrcholech), což je způsobeno lokálním nahromaděním hmoty – gravitační pole cítí vrchol a uhýbá tak směrem k jeho „středu“ od středu Země.

Pětačtyřicetistupňové facety, do nichž by případný poutník stoupal, aby dosáhl hrany nebo vrcholu, by tak velmi zásadně měnily směr, kterým by poutník při uklouznutí padal. Poutník by stoupal do „různě“ prudkého kopce, ale čím blíže vrcholu, tím bude kopec příkřejší. Gravitační zrychlení na vrcholu směřuje do středu Země, a tedy „skutečných“ 45° stoupání není téměř v lidských silách.

Na druhou stranu, čím dále jsme od středu Země, tím slabší je pole, a proto se poutník cítí lehčí, a to až o 30 %. Tedy není to nakonec zas tak nemožné stoupání, o to nebezpečnější. Nebezpečnost cesty záleží také na přesnosti zemské hrany, zda je zaoblená na centimetrových rozměrech, přesná na průměr atomu, nebo je kilometrový oblý „kopec“. Tak jako tak by poutník, jenž by na hraně uklouzl, uklouzl do docela pěkných problémů, a to kvůli výše zmíněné odchylce vektoru gravitačního pole od normálového vektoru povrchu.

Kvůli zmíněné odchylce také – což by zajímalo každého živého tvora možná ze všeho nejvíc - by ani atmosféra neobjímala Zeměkrychli všude, ale vytvořila by jen jakési ostrůvky kolem středů stěn Země a směrem k sedlovým rovinám by řídla a řídla. Jak by pak bylo možné komunikovat mezi vzniklými 6 enklávami? Jak by lidé létali z jedné stěny na druhou? Byly by to v podstatě lety do vesmíru. . .

Tvar Země by také měl zásadní vliv na rozmístění teplot, skokový východ a západ slunce v celé enklávě najednou a hlavně chod ročních období. Záleží na smyslu rotace, ale pokud by osa směřovala podobně jako dnes, což by vůbec nemusela, zachoval by se jakýsi typ arktického dne a noci. Podnebí v „severní“ a „jižní“ enklávě by odpovídalo podnebí na severním a jižním pólu, v ostatních enklávách by podnebí odpovídalo přibližně rovníkovému.

Jak dlouho by si taková Zeměkrychle udržela tvar krychle? V tomto směru není úloha exaktně zadaná, protože neznáme „přesnost“ přiblížení. Proces je však determinovaný, rozpouštěním nejprve vrcholů a později hran, přetečením hmoty směrem k rovníku. Proces je závislý na materiálovém složení a to je extrémně obtížné modelovat, neboť vnější vrstvy Země jsou spíše pohyblivé a dostředivé zrychlení spolu se zdánlivými silami asi způsobí pohyb litosféry a s tím spojenou geologickou aktivitu. Takže přesun hmoty by byl enormní – přesun různých hustot, teplotní gradienty, projevovaly by se nedokonalosti struktur atd. Protože ale nepozorujeme velké planety nebo hvězdy ve tvaru krychle, které byly na počátku svého života také nekulové, můžeme říci, že ke kolapsu by jistě došlo. Jisté ale je, že za svého života se Země změnit tvář nebojí. Že by si ale vizáž udržela, jí naštěstí pro nás nehrozí.

Reference

[1] Werner, R. A. Scheeres, D. J. *Exterior gravitation of a polyhedron derived and compared with harmonic and mascon gravitation representations of asteroid 4769 Castalia.* in *Celestial Mechanics and Dynamic Astronomy 65*, 1997, s. 313–344.

Hana Šustková
hanka@fykos.cz

Úloha I.E ... brumlovo tajemství

8 bodů; průměr 4,50; řešilo 50 studentů

Změřte co nejvíc (alespoň 3) fyzikálních vlastností a charakteristik želatinových medvídků. Zkoumejte i rozdíly mezi jednotlivými barvami medvídků v pytlíku. Měřit můžete například teplotu tání, Youngův modul pružnosti, mez pevnosti, savost (změna objemu či hmotnosti medvídka po namočení po nějakou dobu), hustotu, vodivost, index lomu, rozpustnost (ve vodě,

lihu), změnu některé z předcházejících vlastností při změně teploty či cokoliv jiného vás napadne.
Karel chtěl, aby medvídci trpěli.

Po bližším prozkoumání trhu jsme zjistili, že existují minimálně dva druhy, které se na první pohled v některých vlastnostech zásadně liší. Koupili jsme si tedy medvídky Jojo a Haribo a podrobili je zkoumání.

Změna objemu

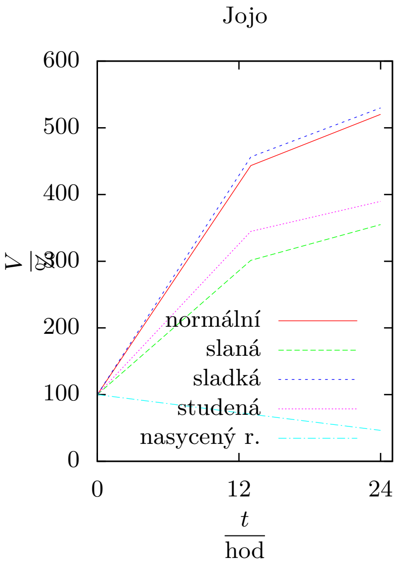
O medvídcích je známo, že když se dají do vody, zvětší svůj objem. Medvídka jsme považovali přibližně za kvádr a měřili jeho tři rozměry, se zanedbáním např. hodně vyčnívajících oušek. Zkoušeli jsme také medvídky ořezat na kvádr, ale ke zlepšení přesnosti to moc nepomohlo. Z těchto údajů jsme vypočítali objem medvídka – sice přibližný, ale pro podstatu pokusu – ukázání zvětšení v různých kapalinách – dostatečný. Medvídky jsme dali do vody z kohoutku, do vody v ledničce, do oslazené a osolené vody a do nasyceného solného roztoku a změřili je po 13 a 24 hodinách. Výsledky pro všechny tekutiny jsou v tabulce 1; medvídci naložení v nasyceném solném roztoku měli po 13 hodinách 82 % (Haribo) a 71 % (Jojo) původní velikosti, po 24 hodinách 77 % (Haribo) a 47 % (Jojo), tedy zmenšili se.

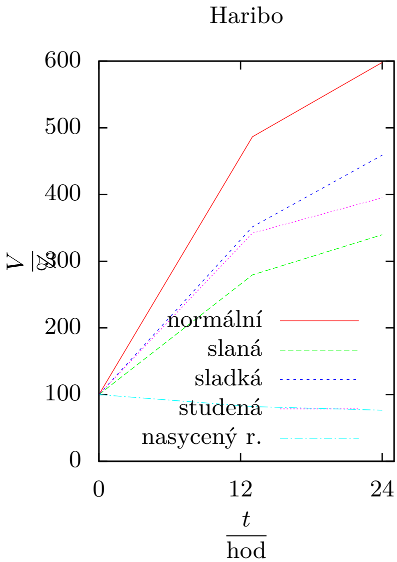
	Prostředí	0 hod	13 hod					24 hod				
		V / mm^3	a / mm	b / mm	c / mm	V / mm^3	%	a / mm	b / mm	c / mm	V / mm^3	%
Jojo	normální	2761	34	24	15	12240	443	38	21	18	14364	520
	slaná	2761	32	20	13	8320	301	35	20	14	9800	355
	sladká	2761	35	24	15	12600	456	39	25	15	14625	530
	studená	2761	34	20	14	9520	345	36	23	13	10764	390
	nasycený ⊙	2761	23	13	7	1950	71	21	11	6	1283	47
Haribo	normální	2384	34	20	18	11603	487	36	22	18	14256	598
	slaná	2384	28	17	14	6664	280	30	18	15	8100	340
	sladká	2384	29	17	17	8381	352	32	19	18	10944	459
	studená	2384	30	17	16	8160	342	31	19	16	9424	395
	nasycený ⊙	2384	18	9	9	1425	82	18	9	9	1331	77

Tabulka 1: Naměřené hodnoty (sloupec % udává poměr nového a původního objemu)

Z našeho pokusu vyplynulo několik věcí – medvídek se v ledničce moc nezvětší a zůstane i docela tvrdý. Zjistili jsme taky zásadní rozdíly ve zvětšování v různých kapalinách. Želatinový medvídek i slaná voda jsou stejnorodé směsi (roztoky) „něčeho“ – rozpuštěné látky a vody – rozpouštědla. Výroba medvídků začíná právě směsí želatiny a vody (a zbytku). Želatina je tvořená řetězovými molekulami, které se vzájemně proplétají, a jak směs chladne a voda se dostává ven, tvrdne a vznikne medvídek. Haribo zjevně obsahují méně vody než Jojo – jsou tužší a hůř se deformují. Slaný roztok, na rozdíl od želatinového, obsahuje mnohem méně pevné látky, sůl navíc netvoří žádné propletené řetízky (to je taky částečně důvod, proč slaná voda zůstává tekutina a želatinový roztok tuhne).

Když se dají dva roztoky k sobě, voda bude mít tendenci se přesouvat z hustšího do řidšího, tento jev se nazývá *osmóza*. Vodu pohání osmotický tlak. Když ponoříte medvídka do vody s málo rozpuštěnými molekulami (např. do destilované), voda se nahrne do medvídka a zvětší ho. Když dáte medvídka do vody, která obsahuje hodně molekul něčeho rozpuštěného (více než





Obr. 7: Rozpouštění medvídků

medvídek), voda se z medvídka uvolní. Když voda putuje do medvídka, medvídek se zvětšuje; když se z něj uvolňuje, medvídek vypadá stejně. Pokud tedy namícháme hodně slaný roztok, který bude obsahovat víc částic než medvídek, medvídek se zmenší kvůli malému osmotickému tlaku.

Také jsme zjistili, že medvídci jsou potom hrozně oslizlí a upadávají jim uši; ve studené vodě drží trochu víc pohromadě.

Index lomu

Změřit index lomu třeba nějaké tekutiny nebo skla není moc složité – vystačíte si s laserem a použitím Snellova zákona. Bohužel gumoví medvídci mají také tu vlastnost, že světlo značně rozptylují, a to i tenké kousky. Kvůli značnému rozptylu světla se nám nepodařilo index lomu změřit.

Měření měrného elektrického odporu

Další měření, které jsme prováděli, bylo měření elektrického odporu.

Měrná elektrická vodivost je

$$\varrho = \frac{RS}{l}\,,$$

kde R je odpor medvídka průřezu S a tloušťky l, přičemž $R = U/I$, kde U je napětí zdroje, ke kterému je medvěd celou svou plochou připojen, a I je proud medvědem procházející. Tedy

$$\varrho = \frac{US}{lI}\,.$$

Postup měření byl následující: do elektricky izolovaných čelistí svěráku byly umístěny dvě hliníkové desky a mezi ně byl vložen medvěd tak, aby utahováním svěráku docházelo k jeho deformování mezi rovnoběžnými měděnými destičkami. Medvěd byl takto stlačen na tloušťku $l = (1{,}00 \pm 0{,}05)\,\mathrm{mm}$, přičemž se mezi destičkami velmi roztáhl do strany. Při této tloušťce již bylo možné zanedbat nerovnost povrchu medvěda, jelikož byl z obou stran celou plochou přilepen k deskám.

Destičky byly později připojeny ke stabilizovanému zdroji napětí $U = 12\,\mathrm{V}$ a byl změřen proud I procházející medvědem. Dále bylo třeba změřit i plochu S, kterou se medvěd dotýká desek. Z toho důvodu byla po měření proudu jedna z desek obarvena barvou a zdeformování medvěda na požadovanou tloušťku opakováno. Dále byl medvěd od desky opět odlepen a na desce byl jasně viditelný jeho původní obtisk, jehož obsah byl poté změřen pomocí spočítání čtverečků milimetrového papíru. Z několika měření byla určena průměrná hodnota této plochy na $\overline{S} = 2{,}6 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2$. Stejně tak hodnota měřeného proudu se u jednotlivých medvídků příliš nelišila, průměrně byla asi $\overline{I} = 6{,}2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{A}$. Z těchto naměřených hodnot byl poté podle výše uvedeného vztahu určen měrný elektrický odpor na $5{,}0 \cdot 10^5\,\Omega{\cdot}\mathrm{m}$.

Pevnost

Medvídek je (alespoň se ze začátku snaží být) pevná látka. Jednou z možných charakteristik pevných látek je mez pevnosti, která vyjadřuje odolnost látky vůči vnějším silám. Je to nejvyšší hodnota normálového napětí σ_n, kdy látka ještě drží pohromadě, není porušená nebo přetržená. Normálové napětí lze určit jako podíl deformující síly F a kolmého průřezu S medvídka na začátku:

$$\sigma_\mathrm{n} = \frac{F}{S}\,.$$

Při měření jsme medvídkovi změřili obvod a z něj vypočítali plochu; upevnili jsme ho do stojanu a zavěšováním závaží zjišťovali, při jak velké síle dojde k přetržení. Bohužel medvídek je z příliš kluzkého a špatně upevnitelného materiálu, které nedovoluje určit hledané konstanty příliš přesně – výsledkem našeho snažení je tedy řádový odhad. Mez pevnosti pro medvídka Haribo je řádově 250 kPa a 65 kPa pro Jojo. Jojo medvídci mají mez pevnosti menší, to jde poznat i bez měření – Jojo medvídek jde roztrhnout lépe.

Komentář k řešení

Téma experimentální úlohy bylo zřejmě dost zajímavé, protože vašich řešení došlo nemálo. Měřilo se hodně věcí. Vedle „profláklých“ vlastností jako hmotnost, objem, hustota, odpor, vodivost, změna objemu, modul pružnosti, rozpustnost, mez pevnosti, savost, index lomu a teplota tání, se měřily i exotické vlastnosti jako faktor smykového tření, zmáčknutelnost, moment setrvačnosti, chuť nebo rozložení barev v pytlíku. Zvlášť nás potěšilo originální řešení Tomáše Axmana, který měřil absorpci světla pomocí slunečního panelu. Je trochu škoda, že málokdo se zamyslel nad tím, proč mu výsledky vychází tak, jak vychází. Medvídci tedy opravdu trpěli – byli natahováni, mačkáni, řezáni na filety, namáčeni do vody, různě sytých slaných roztoků, Alpy, octa, lihu, Sava nebo Coca-Coly i strkáni do mikrovlnky. Medvídci taky rádi chytají plíseň a rozpouští se rychleji, než se provede měření. A někdo snědl medvídky dřív, než stihl měření dokončit. Takže medvídci i chutnali.

Dominika Kalasová
`dominika@fykos.cz`

Tomáš Pikálek
`pikos@fykos.cz`

Úloha I.S ... seriálová

6 bodů; průměr 2,22; řešilo 41 studentů

a) *Některé hvězdy jsou považovány za obtočné, čili cirkumpolární. Znamená to, že jsou vidět po celý rok? Jaké hvězdy jsou v našich zeměpisných šířkách vidět po celý rok? Jaká souřadnice nám cirkumpolární hvězdy označuje? Jaká je situace u nás, na pólu a na rovníku? Pro ilustraci doporučujeme stáhnout program* Stellarium[3]*, kde si můžete zadat jakoukoliv zeměpisnou polohu a podívat se na jednotlivé situace.*
b) *Srovnejte absolutní hvězdnou velikost nejjasnější hvězdy letní oblohy, Vegy (α Lyr,* 7,76 pc *daleko, zdánlivá hvězdná velikost* $-0,01\,\mathrm{mag}$*), a Betelgeuze (α Ori,* 200 pc *daleko, zdánlivá hvězdná velikost* 0,42 mag*). Jak by se nám hvězdy jevily, kdyby si vyměnily vzdálenosti? Diskutujte viditelnosti.*
c) *Transformace a zase transformace. Zkuste si spočítat transformaci mezi galaktickými a ekvatoriálními souřadnicemi II. druhu. Výrazy nemusíte upravovat do verze uvedené v literatuře.*
d) *Janap má ve zvyku občas se ztratit. Ona za to nemůže, občas se to stane. Tentokrát však s sebou měla theodolit. Zázračnou krabičku, která umí určit výšku hvězd nad obzorem. Změřila si polohy hvězd Arcturus a Capella a zaznamenala přesný čas. Arcturus měl* 123,20 grad *v 18:46:30, Capella* 113,60 grad *v 19:18:30. Kdepak se Janap nacházela? (Nezapomeňte, že výška hvězd je uváděna v gradech, horizont je na úrovni 100 gradiánů, plný úhel je 400 gradiánů).*

Janapka.

Cirkumpolární hvězdy

Slovo cirkumpolární znamená v latině *kolem pólu*. V češtině takovým hvězdám říkáme obtočné. Tyto hvězdy jsou vidět po celý rok v závislosti na naší zeměpisné poloze. Nacházíme-li se na severním pólu, máme Severku (či Polárku, nebo α UMi) přímo v zenitu. Zapomeneme na chvíli na to, že Země vykonává precesní pohyb,[4] a budeme Severku považovat za pevný bod. Celá obloha se zdánlivě otáčí kolem ní, takže budeme budeme pozorovat pohyb hvězd rovnoběžný s obzorem. Budeme tedy ochuzeni o jakákoliv jižní souhvězdí. Celý rok uvidíme pouze souhvězdí severní polokoule.

Situace bude přesně opačná na rovníku. Máme-li ideální obzor, severka bude ležet přesně na něm. Obloha se bude doslova valit kolmo na obzor. V průběhu roku se nám na obloze vystřídají všechna souhvězdí severní i jižní oblohy.

Situace v našich zeměpisných šířkách (Praha: $50^\circ 05'$ N $14^\circ 25'$ E) je někde mezi oběma extrémy. Hvězdy, které u nás označíme jako cirkumpolární, musí splňovat

$$\text{vzdálenost od nebeského pólu} \leq 90^\circ - \text{zeměpisná šířka pozorovatele}\,.$$

Pro Prahu se pohybujeme na cca 40 stupních od Severky. Jinak řečeno všechny hvězdy s deklinací větší než 40° jsou u nás viditelné celý rok. Jedná se kupříkladu o souhvězdí Velké a Malé Medvědice, Cefea, Cassiopei nebo Draka.

[3] `http://www.stellarium.org/`, licence GNU GPL, takže program je ke stáhnutí zdarma.

[4] Chová se jako setrvačník, precesi Země nazýváme *Platónský rok*, trvá 25 765 let, takže precesi skutečně zanedbat můžeme.

Hvězdné velikosti

Jediné, co potřebujeme k tomuto příkladu, je jedna z modifikací Pogsonovy rovnice. Konkrétně ta, která zahrnuje vzdálenost:

$$m - M = -5 + 5\log_{10}\frac{d}{\mathrm{pc}}$$

Dosadíme-li do vzorce údaje pro Vegu, dostaneme absolutní hvězdnou velikost 0,54 mag. Pro Betelgeuze dostaneme údaj $-6{,}09$ mag. Je tedy zřejmé, že Betelgeuze je jasnější, nicméně se nám tak nejeví, neboť je dál. Kdyby si obě hvězdy vyměnily vzdálenosti, na naší obloze by se nám jevily následovně: Vega by byla sotva viditelná bez dalekohledu, neboť by její relativní hvězdná velikost dosáhla hodnoty 7,05 mag (za průměrných podmínek v České republice, tedy ne v centru Prahy, člověk rozliší hvězdy do cca 6,5 mag). Naproti tomu Betelgeuze by se stala dominantou zimní oblohy se zdánlivou hvězdnou velikostí $-6{,}64$ mag. Byla by jasnější než Venuše, což by z ní dělalo po Slunci a Měsíci nejjasnější objekt na noční obloze.

Transformace

Je třeba si uvědomit, o co a jak jsou souřadnice posunuté. Sklon roviny galaxie vůči průmětu rovníku na nebeskou sféru je $62{,}6^\circ$. Otočením o tento úhel si vyrovnáme inklinaci. Teď je třeba pouze vyrovnat rozdíl mezi jarním bodem a středem Galaxie. Počátek galaktické délky je definován v souhvězdí Střelce (SagA*), počátek rektascenze je v jarním bodu. Potřebujeme tedy znát rektascenzi bodu, ve kterém galaktický rovník protne světový rovník. S pomocí hvězdného atlasu atlasu zjistíme, že RA $= 18^h 49^m$ (označíme α_0, na stupně je to $282{,}25^\circ$). Dále víme, že galaktická délka nezačíná v jarním bodu, ale ve středu galaxie. Otáčíme kolem galaktického pólu o $l_0 = 33^\circ$.

Jako nečárkovanou soustavu si označíme tu, kterou chceme dostat, čárkovanou označíme tu původní. Teď je třeba si uvědomit, jaká otočení děláme:

- Čárkovanou soustavu otočíme o $l_0 = 33^\circ$ kolem osy z'.
- Nečárkovanou soustavu otočíme o $i = 62{,}6^\circ$ kolem osy x a o $\alpha_0 = 282{,}25^\circ$ kolem osy z.

Galaktické souřadnice mají tvar

$$\begin{aligned} x' &= r\cos b\cos l\,,\\ y' &= r\cos b\sin l\,,\\ z' &= r\sin b\,. \end{aligned}$$

Po výše zmíněném otočení získáme tvar

$$\begin{aligned} x' &= r\cos b\cos\left(l - l_0\right),\\ y' &= r\cos b\sin\left(l - l_0\right),\\ z' &= r\sin b\,. \end{aligned}$$

Teď otočíme ekvatoriální soustavu II. druhu o úhel α_0

$$\begin{aligned} x &= r\cos\delta\cos\left(\alpha - \alpha_0\right),\\ y &= r\cos\delta\sin\left(\alpha - \alpha_0\right),\\ z &= r\sin\delta\,. \end{aligned}$$

Zbývá otočení okolo osy x, pro které obecně platí, otáčíme-li o úhel i

$$\begin{aligned} x' &= x\,, \\ y' &= y\cos i + z\sin i\,, \\ z' &= -y\sin i + z\cos i\,. \end{aligned}$$

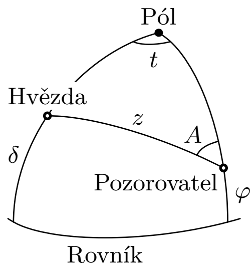
Dosadíme-li za čárkované a nečárkované souřadnice, dostaneme transformační rovnice mezi galaktickými a ekvatoriálními souřadnicemi II.druhu.

$$\begin{aligned} \cos b\cos(l-l_0) &= \cos\delta\cos(\alpha-\alpha_0) \\ \cos b\sin(l-l_0) &= \cos i\cos\delta\cos(\alpha-\alpha_0)+\sin i\sin\delta \\ \sin b &= -\sin i\cos\delta\cos(\alpha-\alpha_0)+\cos i\sin\delta\,. \end{aligned}$$

Hvězdné GPS

Co je v této úloze důležité? Uvědomit si, co všechno známe. Známe výšku obou hvězd nad obzorem a víme, o které hvězdy se jedná. Známe také hvězdný čas pozorování (není uvedeno datum, takže můžeme předpokládat, že se jedná o místní hvězdný čas, tedy GMT+2).

Z toho, že víme, o jaké hvězdy se jedná, můžeme určit jejich rektascenzi a deklinaci dle katalogu. Arcturus má deklinaci 19,18241° a rektascenzi $14^h15^m39{,}67^s$. Capella má deklinaci 45,99799° a rektascenzi $05^h16^m41{,}35^s$.



Obr. 8: Sférický trojúhelník

Znalost času, resp. místního hodinového úhlu nám bude nemálo nápomocná. Známe také deklinaci hvězd, která je v ekvatoriální soustavě konstantní. Nakreslíme-li si situaci, zjistíme, že se pohybujeme na sférickém trojúhelníku. Bohužel je zřejmé, že bez nějakého počátečního odhadu to jen tak nepůjde. Zkusme si napsat rovnice popisující situaci.

Vzpomeneme si na zákon o kosinech pro strany sférického trojúhelníku. Chceme popsat stranu z. Předpokládanou pozici označíme indexem PP, zeměpisnou šířku budeme označovat *Lat* z anglického *latitude*, délku budeme označovat *Lon* z anglického *longitude*.

$$\cos z = \cos(90^\circ - \mathrm{Lat_{PP}})\cos(90^\circ-\mathrm{dec}) + \sin(90^\circ-\mathrm{Lat_{PP}})\sin(90\,\mathrm{deg}-\mathrm{dec})\cos t$$

Použijeme vztahu $\cos(90^\circ - x) = \sin x$ a rovnici upravíme do slušnější podoby

$$\cos z = \sin\mathrm{Lat_{PP}}\sin\mathrm{dec} + \cos\mathrm{Lat_{PP}}\cos\mathrm{dec}\cos t.$$

z je v našem případě zjevně vzdálenost počítaná po hlavní kružnici, spojující předpokládanou polohu a zeměpisnou polohu hvězdy a zároveň i zenitová vzdálenost. Co je příjemné a nepříjemné na takové rovnici? Popsali jsme naši situaci. Technicky vzato máme jednu rovnici pro dvě neznámé. Na druhou stranu máme dvě hvězdy, tak by to nemusel být takový problém. Horší je to s nelinearitou rovnic. Ta eliminuje jakékoliv na první pohled triviální řešení. Nejlepším řešením je naprogramovat si řešení nějaké pěkné iterativní metody.

Inspirace může vypadat třeba takto:

- f je zeměpisná šířka, která je převáděna na radiány,

- l je zeměpisná délka, která je převáděna na radiány.

Všechny úhly považujte za vyjádřené v radiánech. Písmeno d označuje deklinaci, t čas opravený na Greenwichský, a označuje rektascenzi.

```
int main(int argc, char **argv) {
    printf("Tato mista vyhovuji nejlepe:\n");
    tol = 0.0002;
    krok = 1;
    for ( f = -90; f <= 90; f += krok) {
          for ( l = 0; l <= 360; l += krok) {
              x1 = -cos(z1)+sin(f*M_PI/180)*sin(d1)+cos(f*M_PI/180)*cos(d1)*cos(t1+(l*M_PI
                   /180)-a1);
              x2 = -cos(z2)+sin(f*M_PI/180)*sin(d2)+cos(f*M_PI/180)*cos(d2)*cos(t2+(l*M_PI
                   /180)-a2);
              chyba2 = x1*x1+x2*x2;   // nebo "chyba1 = x1+x2;"

              if (chyba2 <= tol) {    // nebo "(chyba1 <= tol && chyba1 >= -tol)"
                 printf("sirka: %f  delka: %f  (chyba2: %lg)  \n", f, l, chyba2);
                                 }
          }
    }

    printf("\nPrejete si vypocet zpresnit?\n");
    printf("Vyberte si interval zemepisnych sirek\n");
    printf("Cisla oddelte dvojteckou napr.: 45:55.53\nSeverni sirka se pocita kladne,
         jizni zaporne. \n");
    scanf("%lg:%lg",&f1,&f2);
    printf("Vyberte si interval zemepisnych delek\n  1 znamena 1 st. vychodni delky, 359
         je 1 stupen zapadni delky.\n");
    scanf("%lg:%lg",&l1,&l2);

    printf("\nPocitam s presnosti na 0.01 stupnu (asi 1 minuta, asi 1 km)\n\n");
    printf("Tato mista vyhovuji nejlepe:\n");
    tol = tol/10000;
    krok = krok/100;
    for ( f = f1; f <= f2; f += krok) {
          for ( l = l1; l <= l2; l += krok) {
              x1 = -cos(z1)+sin(f*M_PI/180)*sin(d1)+cos(f*M_PI/180)*cos(d1)*cos(t1+(l*M_PI
                   /180)-a1);
              x2 = -cos(z2)+sin(f*M_PI/180)*sin(d2)+cos(f*M_PI/180)*cos(d2)*cos(t2+(l*M_PI
                   /180)-a2);
              chyba2 = x1*x1+x2*x2;   // nebo "chyba1 = x1+x2;"

              if (chyba2 <= tol) {    // nebo "(chyba1 <= tol && chyba1 >= -tol)"
                 printf("sirka: %f  delka: %f  (chyba2: %lg)  \n", f, l, chyba2);
                         }
          }
    }

    printf("\nPrejete si vypocet zpresnit?\n");
    printf("Vyberte si interval zemepisnych sirek\n Doporucuji nejvyse jednostupnovy
         interval\n");
    scanf("%lg:%lg",&f1,&f2);
    printf("Vyberte si interval zemepisnych delek\n Doporucuji nejvyse jednostupnovy
         interval\n");
    scanf("%lg:%lg",&l1,&l2);

    printf("\nPocitam s presnosti na 0.0001 stupnu (asi 1 vterina, asi 10 m)\n");
    if ((f2 - f1)*(l2 - l1) >= 10) {
    }

    printf("Tato mista vyhovuji nejlepe:\n");
    tol = tol/10000;
```

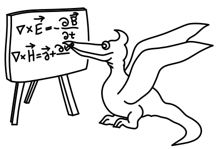
```
    krok = krok/100;
    for ( f = f1; f <= f2; f += krok) {
          for ( l = l1; l <= l2; l += krok) {
              x1 = -cos(z1)+sin(f*M_PI/180)*sin(d1)+cos(f*M_PI/180)*cos(d1)*cos(t1+(l*M_PI
                   /180)-a1);
              x2 = -cos(z2)+sin(f*M_PI/180)*sin(d2)+cos(f*M_PI/180)*cos(d2)*cos(t2+(l*M_PI
                   /180)-a2);
              chyba2 = x1*x1+x2*x2;    // nebo "chyba1 = x1+x2;"

              if (chyba2 <= tol) {     // nebo "(chyba1 <= tol && chyba1 >= -tol)"
                 printf("sirka: %f  delka: %f  (chyba2: %lg)  \n", f, l, chyba2);
                          }
          }
    }

    printf("\nDal uz to neumim.\n\n");
    return 0;
}
```

Reálně se měřilo před brněnskou hvězdárnou na Kraví Hoře. Nicméně nic není ideální, takže Janap měřením vyšla zeměpisná délka 16,439° a šířka 49,267°, což by znamenalo Veverskou Bítýšku, která je kousek od Brna kolem přehrady. Kde vznikají chyby? Ve špatně seřízených hodinkách, nepřesnosti měření theodolitu a také v iterativním výpočtu.

Jana Poledníková
janap@fykos.cz



Seriál: Vzdálenosti a základní fyzikální vlastnosti

Vzdálenosti

Od minulého dílu už tušíme, jak popsat polohu objektů na nebeské sféře. Ale upřímně, chtělo by to našemu plochému obrazu dodat nějakou hloubku. Na první pohled je zjevné, že odhadnout vzdálenosti objektů není triviální, neboť každý objekt je jinak jasný. Pro srovnání, Proxima Centauri, nám nejbližší hvězda je vzdálená 4,2 světelného roku a na obloze je nepostřehnutelná bez dalekohledu, neboť její zdánlivá hvězdná velikost je 11,5 mag. Naproti tomu nejjasnější hvězda letního nebe, Vega ze souhvězdí Lyry (α Lyr) má zdánlivou hvězdnou velikost 0 mag a je vzdálená 25,3 světelných let. Jasnost objektu zjevně neindikuje jeho vzdálenost. Abychom určili vzdálenost objektu, museli bychom znát kupříkladu intensitu vyzařování, pak bychom mohli vzdálenost spočítat díky faktu, že intenzita klesá s kvadrátem vzdálenosti. Ale intenzitu přirozeně také neznáme. Jak tedy ven z kruhu?

Různá vzdálenost = různá jednotka

Intuitivně dokážeme říct, že Slunce je velmi blízko a cizí galaxie velmi daleko. A slovem velmi myslíme opravdu hodně řádů. Kilometry nám budou pro určování vzdáleností zjevně k ničemu. Stačí se podívat na vzdálenost Slunce[5]. Ta činí $1{,}496 \cdot 10^8$ km. Tuto vzdálenost nazýváme *ast-*

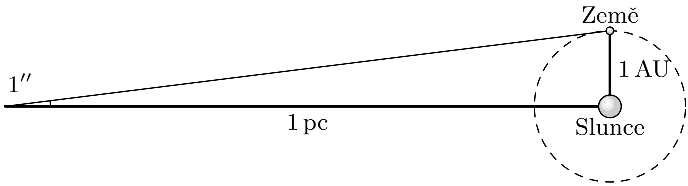
[5] Detaily o tom, jak se dá měřit vzdálenost Země – Slunce jsou k nalezení třeba na http://fykos.cz/rocnik20/serie2.pdf

ronomická jednotka (AU). Pár milionů kilometrů pro astronomii není žádná vzdálenost, proto se použití této jednotky omezuje na sluneční soustavu, popřípadě na popis vzdálenosti hvězd v dvouhvězdném systému.

Používanější jednotkou je *světelný rok* (ly)[6]. Jedním z postulátů speciální teorie relativity je konečná rychlost světla c. Světelný rok zadefinujeme jako vzdálenost, jakou světlo urazí za rok. Jeden světelný rok je 63 241 AU, což je $9{,}461 \cdot 10^{12}$ km. Posunuli jsme se o pět řádů, ale to pořád nestačí. Samozřejmě můžeme použít i násobky, jako Mly, Gly atp.

Nejpraktičtější jednotkou (protože největší) je *parsek* (pc). Je to vzdálenost z níž má jedna astronomická jednotka úhlový průměr jedné vteřiny. Přirozeně se pak používají násobky jako Mpc a Gpc (a víc už nikdy nepotřebujete). Převod je

$$1\,\mathrm{pc} \doteq 3{,}262\,\mathrm{ly} \doteq 206\,265\,\mathrm{AU} \doteq 3{,}086 \cdot 10^{13}\,\mathrm{km}$$



Obr. 9: Definice parseku

Jednotky jsme si zadefinovali, je na čase vzdálenost nějak změřit. Jak už bylo zmíněno, na intensitu se spoléhat nemůžeme. Dobrý návod nám dává poslední jednotka, parsek. Slovo parsek vlastně znamená paralaxa za sekundu. A v paralaxe bude spočívat první způsob měření vzdálenosti.

Jak se vzdálenost měří

Paralaxa

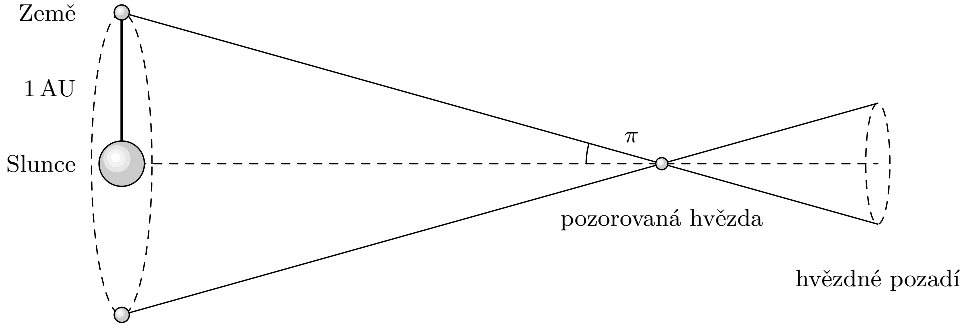
Hvězdy se nám na obloze jeví jako stálice. V průběhu noci se nám přirozeně nemění tvar souhvězdí, nicméně co když se na jednu hvězdu budeme dívat na jaře a na podzim. Bude její poloha stejná? Ukazuje se, že pro blízké hvězdy se poloha bude nepatrně měnit. Ilustrováno je to na obrázku 10.

Zdánlivý posun hvězdy na obloze je poměrně malý,[7] takže paralaxa byla poprvé změřena až v roce 1838 Fridrichem Besselem u hvězdy 61 Cygni. S paralaxou zjevně nejde obsáhnout celý vesmír. V roce 1989 byla změřena paralaxa u cca 100 000 hvězd pomocí družice Hipparcos (HIgh Precision PARallax COllecting Satellite), jejímž následovníkem bude (snad) družice Gaia, která bude mít ještě lepší rozlišení (Hipparcos měl rozlišení 0,002 arcsec). Převrácená hodnota paralaxy je vzdálenost našeho objektu.

$$d = \frac{1}{\operatorname{tg} \pi} \approx \frac{1}{\pi}.$$

[6] Tato jednotka je ve skutečnosti nejčastěji používána autory sci-fi knížek a filmů, protože prostě zní. V astronomické praxi až tak oblíbená není, stále je to málo.

[7] Proxima Centauri, naše nejbližší hvězda po Slunci, má paralaxu $(0{,}7687 \pm 0{,}0003)$ arcsec.



Obr. 10: Roční paralaxa

Pořád se ale pohybujeme do vzdálenosti 1 600 ly, což vzhledem k velikosti vesmíru není moc. Opět srovnáme, vzdálenost k mlhovině v Orionu známé pod jménem M 42 se uvádí jako 1 800 ly. Tato mlhovina je součástí naší galaxie, takže zdaleka nehrozí, že bychom v rozumném vyjádření uměli vyjádřit vzdálenost k odlehlým galaxiím.

Spektroskopická paralaxa

Z názvu by se snad mohlo zdát, že se jedná o další metodu určování vzdálenosti pomocí geometrie. Opak je pravdou. Tahle metoda má jeden podstatný háček, můžeme ji aplikovat pouze na hvězdy, z nichž pomocí spektrografu umíme získat spektrum a které jsou navíc v klidné části života a spalují v nitru vodík. Ze spektra hvězdy umíme odhadnout, jakého je hvězda typu a jak vyzařuje. Pomocí těchto informací umíme odhadnout absolutní hvězdnou velikost, kterou můžeme použít jako vstup do Pogsonovy rovnice. Relativní hvězdnou velikost umíme změřit.

$$m - M = 5 \log \frac{d}{1\,\mathrm{pc}}\,.$$

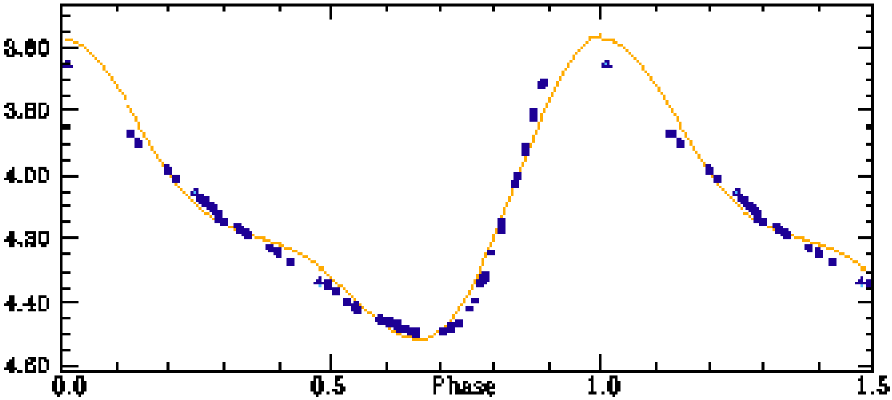
Limit této metody je cca 10 000 pc.

Cepheidy

Do ještě větších vzdáleností se můžeme podívat díky proměnným hvězdám, které v průběhu času mění svojí hvězdnou velikost. Takových hvězd je mnoho, ale jen jedna třída, nazvaná podle hvězdy δ Cep, *cepheidy*, se hodí k určování vzdáleností. Studiem cepheid se známými vzdálenostmi (z paralaxy) se zjistilo, že existuje empirický vztah mezi jejich jasností a periodou změn. Vztah vypadá takto

$$M_\mathrm{v} = -2{,}78 \log_{10} P - 1{,}35\,,$$

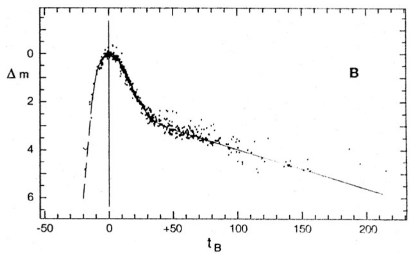
kde M_v je střední hodnota hvězdné velikosti. A známe-li M_v, umíme už určit vzdálenost z Pogsonovy rovnice. Cepheidy byly použity k určování vzdáleností galaxií. Pozorujeme-li nějakou galaxii a nalezneme v ní hvězdu s parametry cepheidy (opět je třeba získat spektrum), můžeme jednoduše zjistit její vzdálenost.



Obr. 11: Cepheida s katalogovým označením HIP 110991 (Zdroj: ESA, Hipparcos mission)

Supernovy typu Ia

O supernovách jako takových se budeme bavit později, pro tento okamžik je důležité, že existuje třída supernov, které vznikají zhroucením stejně hmotné třídy hvězd, tudíž je velmi dobře definováno, jakou maximální energii může takový výbuch supernovy uvolnit a jaká je tedy v čase maximální absolutní hvězdná velikost (pro vizuální pozorování je to $-(19{,}3 \pm 0{,}3)$ mag. Pak stačí dle jasnosti supernovy nakalibrovat na vzdálenost. Supernovy nám umožňují určit vzdálenost ve škále megaparseků, asi 500 krát dál než cepheidy.



Obr. 12: Data ze 22 pozorování supernov. Na svislé ose je zdánlivá hvězdná magnituda, na vodorovné čas od výbuchu supernovy ve dnech. (Zdroj: Cadonau 1987, PhD práce.)

Červený posuv

Měřítko kterým dosáhneme suverénně nejdál je červený posuv, označovaný písmenem z. Toto bezrozměrné číslo je schopno v praxi obsáhnout veškeré nám dosáhnutelné vzdálenosti. K měření červeného posuvu budeme potřebovat spektrum objektu. Nejčastěji se vyskytujícím prvkem ve vesmíru je bezesporu vodík, o kterém přesně víme, jak vypadá jeho spektrum. Najdeme-li spektrum nápadně podobné vodíkovému, ale posunuté směrem k červenému konci, můžeme určit červený posun.

$$z = \frac{\lambda_{\text{pozorované}} - \lambda_{\text{laboratorní}}}{\lambda_{\text{laboratorní}}}\,.$$

Červený posuv, který nás zajímá je dopplerovský[8], funguje pro něj vzorec

$$1 + z = \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} \approx \frac{v}{c}\,.$$

Vzdálenost můžeme dopočítat pomocí Hubbleovy konstanty[9]

$$H_0 = (73{,}8 \pm 2{,}4)\,(\mathrm{km/s})/\mathrm{Mpc}\,,$$

která je konstantou úměrnosti mezi vzdáleností objektu a rychlostí jeho vzdalování se (přibližování) od nás. Hubbleova konstanta je určena experimentálně ze znalostí červeného posuvu a vzdálenosti objektů, určenou jinak než pomocí Hubbleovy konstanty[10]. Platí

$$v = H_0 d\,,$$

kde d je vzdálenost objektu a v je rychlost vzdalování (přibližování) objektu od nás, kterou můžeme dosadit do vztahu pro červený posuv.

Absolutně černé těleso

Jakýkoliv objekt zahřátý na nějakou teplotu vyzařuje světlo ve všech vlnových délkách. Hvězdy bezesporu září právě proto, že jsou teplé a vyzařují tedy v kontinuum, stejně jako absolutně černé těleso. Vtip je v tom, že všechny hvězdy nejsou stejně teplé a maximum vyzařování je pro každou teplotu na jiné vlnové délce.

Hvězdy by se nám tedy potenciálně mohly jevit různě barevné. Skutečně tomu tak je. Pokud se na zimní obloze podíváte do souhvězdí Oriona a vyhledáte podle mapky hvězdu Betelgeuze (pro začátečníky v nebeském hledání opět doporučujeme sáhnout po programu Stellarium, více minulý díl seriálu), nebo na jarní obloze hvězdu Arcturus ze souhvězdí Pastýře (Bootes), zjistíte, že tyto hvězdy se nám jeví oproti ostatním naoranžovělé. Znamená to, že maximální vlnová délka, na které vyzařují $\lambda_{\max}$ je posunuta k červenému konci viditelného spektra a hvězdy jsou poměrně chladné. V matematické formulaci je toto posunutí spektra, též Wienův posunovací zákon

$$\lambda_{\max} = \frac{hc}{akT}\,,$$

kde h je neredukovaná Planckova konstanta, c je rychlost světla a $a \doteq 2{,}821$[11].

[8] Kosmologický červený posuv je v důsledkem expanze vesmíru, ten necháme prozatím ležet, stejně jako gravitační červený posuv, který je důsledkem přítomnosti extrémně hmotného tělesa, díky kterému se světlo z unikajícího objektu zdá červenější.

[9] Toto je hodnota Hubbleovy konstanty z měření Hubbleova vesmírného dalekohledu (HST) z roku 2011. V publikacích se můžeme nejčastěji setkat s hodnotami 70 (km/s)/Mpc nebo 71 (km/s)/Mpc. V každé publikaci je tedy třeba uvést, jaká hodnota je použita. Pro přehled historických měření je k dispozici stránka `https://www.cfa.harvard.edu/~dfabricant/huchra/hubble.plot.dat`.

[10] Pozor! Hubbleova konstanta, ač je podle názvu konstantní, rozhodně konstantní není. Naopak je funkcí červeného posuvu. Zajímáme-li se o mladý vesmír, musíme vzít v úvahu jinou hodnotu, než používáme pro současná pozorování.

[11] Jde o kořen rovnice $xe^x - 3e^x - 3 = 0$.

Ještě důležitějším pro astrofyziku je Stefanův-Boltzmanův zákon, který dává do souvislosti efektivní teplotu objektu T_{ef}, luminositu (svítivost) L a plochu S

$$L = S\sigma T_{\mathrm{ef}}^4 .$$

Zvlášť pro sféru

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\mathrm{ef}}^4 .$$

Stefan-Boltzmanova konstanta $\sigma = 5{,}670400 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{J{\cdot}s^{-1}{\cdot}m^{-2}{\cdot}K^{-4}}$. Efektivní teplota je definována na povrchu hvězdy, neříká nám nic o tom, jaké procesy se dějí ve hvězdném nitru. Nicméně i taková veličina nám může být velmi užitečná k hrubému přiřazení hvězd do tříd. Efektivní teplotu zjišťujeme pomocí povrchového toku, který klesá s druhou mocninou vzdálenosti od objektu. Tok označíme F a můžeme psát

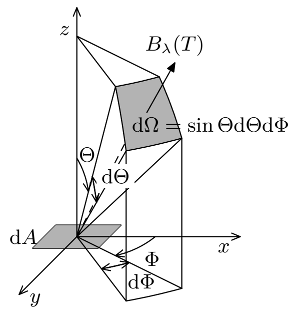
$$F_{\mathrm{povrch}} = \sigma T_{\mathrm{ef}}^4 .$$

Předchozími dvěma zákony jsme popsali jak se chová křivka pro vyzařování černého tělesa, chtělo by to ještě vyjádřit křivku samotnou. Tu lze popsat pomocí Planckovy funkce

$$B_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1} .$$

Planckova funkce nám dává mocný nástroj pro vyjádření nejedné fyzikální veličiny. Kupříkladu budeme-li se zajímat o energii vyzářenou na intervalu $\langle \lambda, \lambda + \mathrm{d}\lambda \rangle$ do prostorového úhlu $\mathrm{d}\Omega = \sin\Theta \mathrm{d}\Theta \mathrm{d}\Phi$ přes plochu $\mathrm{d}S$, kde těleso má teplotu T, jednoduše napíšeme

$$B_\lambda(T)\mathrm{d}\lambda\mathrm{d}S\ \cos\Theta\mathrm{d}\Omega = B_\lambda(T)\mathrm{d}\lambda\mathrm{d}S\cos\Theta\sin\Theta\mathrm{d}\Theta\mathrm{d}\Phi .$$



Obr. 13: Vyzařování do úhlu $\mathrm{d}\Omega$

Z Planckova vyzařovacího zákona umíme odvodit třeba monochromatickou luminositu. Předpokládejme, že absolutně černé těleso vyzařuje izotropicky. Energie vyzářená za sekundu v infinitezimálním intervalu vlnových délek $\langle \lambda, \lambda + \mathrm{d}\lambda \rangle$ je

$$L_\lambda \mathrm{d}\lambda = \int_{\Phi=0}^{2\pi} \int_{\Theta=-\pi/2}^{\pi/2} \int_S B_\lambda \mathrm{d}\lambda\mathrm{d}S\cos\Theta\sin\Theta\mathrm{d}\Theta\mathrm{d}\Phi.$$

Výraz prointegrujeme a vzpomeneme si na Stefanův-Boltzmanův zákon a vyjádření luminosity. Samozřejmě se pořád pohybujeme na sféře.

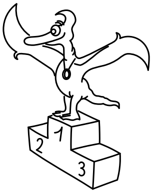
$$\begin{aligned} L_\lambda \mathrm{d}\lambda &= 4\pi R^2 B_\lambda \mathrm{d}\lambda \\ &= \frac{8\pi^2 R^2 hc^2/\lambda^5}{e^{hc/\lambda kT} - 1}\mathrm{d}\lambda . \end{aligned}$$

Z monochromatické luminosity je také možné získat monochromatický světelný tok, stejně jako pro tok ve všech vlnových délkách, zde stačí použít zákon o obrácených čtvercích:

$$F_\lambda \mathrm{d}\lambda = \frac{L_\lambda}{4\pi r^2}\mathrm{d}\lambda = \frac{2\pi hc^2/\lambda^5}{e^{hc/\lambda kT} - 1}\left(\frac{R}{d}\right)^2 \mathrm{d}\lambda.$$

Malé d je vzdálenost ke hvězdě. Monochromatický tok můžeme považovat za počet joulů v interval u $\langle\lambda, \lambda + \mathrm{d}\lambda\rangle$, které dopadnou za sekundu na jeden čtvereční metr detektoru namířeného na hvězdu. Samozřejmě nepočítáme s žádnou absorpcí atp.

K čemu všemu v astrofyzice použít aproximaci černým tělesem? V prvním přiblížení se hvězdy chovají jako černá tělesa. Toto přiblížení je velmi hrubé, stačí se podívat na záznam ze spektrografu. Je patrné, že ve spektru hvězd najdeme čáry (ať už absorpční nebo v méně případech emisní). Černé těleso tedy zůstane pouze rozumně použitelným modelem, ze kterého lze odhadnout základní charakteristiky hvězd. Pomocí nich můžeme v zásadě uvažovat i nad děním ve hvězdném nitru, nicméně jak se dostaneme mimo centrum hvězdy samotné, musíme opět začít uvažovat o absorpcích a emisích prvků v hvězdě obsažených.



Pořadí řešitelů po I. sérii

Kategorie prvních ročníků[12]

	jméno	škola	1	2	3	4	5	P	E	S	I	%	Σ
	Student Pilný	MFF UK	4	4	4	4	4	5	8	6	**39**	*100*	**39**
1.–3.	*Lucie Fořtová*	G P. de Coubertina, Tábor	4	4	3	–	–	–	5	2	**18**	*64*	**18**
	Eva Miklušová	G J. Škody, Přerov	4	2	1	–	–	4	4	2	**17**	*52*	**17**
	Dalimil Ševčík	G, Vyškov	0	2	1	–	–	4	7	1	**15**	*52*	**15**
4	*Jozef Bucko*	G, Námestie SNP, Piešťany	4	4	2	1	2	4	–	–	**17**	*62*	**17**
5	*Filip Ayazi*	G Ľudovíta Štúra, Trenčín	4	2	4	–	–	2	–	2	**14**	*58*	**14**
6.–9.	*Pavel Blažek*	G a ZUŠ, Šlapanice	2	2	2	–	–	4	–	2	**12**	*53*	**12**
	Andrej Fúsek	SPŠ Dubnica nad Váhom	2	4	1	1	1	4	–	–	**13**	*48*	**13**
	Eva Harlenderová	Slovanské G, Olomouc	2	2	–	–	–	2	4	2	**12**	*43*	**12**
	Václav Kytka	Křesťanské G, Kozinova, Praha	2	2	–	–	2	3	3	–	**12**	*48*	**12**
10.–15.	*Jakub Dolejší*	G B. Němcové, Hradec Králové	4	4	1	–	–	2	1	1	**13**	*33*	**13**
	Martin Kihoulou	G, Mikulášské nám. 23, Plzeň	4	2	1	–	–	4	–	1	**12**	*47*	**12**
	Tomáš Kremel	G J. Škody, Přerov	4	4	–	–	–	3	–	2	**13**	*60*	**13**
	Jan Marek	G Zábřeh	2	2	–	–	–	3	4	–	**11**	*53*	**11**
	Alena Pikousová	G, Jírovcova, České Budějovice	4	2	1	–	–	2	2	1	**12**	*33*	**12**
	Václav Steinhauser	ZŠ, Vrané n. Vltavou	2	–	–	–	–	3	5	–	**10**	*60*	**10**
16.–17.	*Vojtěch Tázlar*	G, Nová Paka	4	2	–	–	–	4	–	–	**10**	*78*	**10**
	Tomáš Zahradník	Gymnázium Oty Pavla, Praha	–	–	2	–	3	2	–	–	**7**	*54*	**7**
18.–21.	*Benedikt Peťko*	G Matyáše Lercha, Brno	2	4	–	–	2	1	–	–	**9**	*46*	**9**
	Zdeněk Turek	G a SOŠ, Rokycany	4	2	–	–	–	3	–	–	**9**	*67*	**9**
	Petr Turnovec	SOŠ a SOU, Tábor	4	2	1	–	–	2	–	–	**9**	*46*	**9**
	Martin Vančura	G J. V. Jirsíka, Č. Budějovice	4	2	–	–	–	3	–	–	**9**	*67*	**9**
22.–25.	*Jakub Doubrava*	První české G, Karlovy Vary	4	2	1	–	–	–	–	–	**7**	*50*	**7**
	Jan Soukup	G J. Vrchlického, Klatovy	2	2	–	–	–	2	–	–	**6**	*44*	**6**
	Štěpán Štěpán	Jiráskovo G, Náchod	–	–	–	–	–	4	–	–	**4**	*80*	**4**
	Vladislav Wohlrath	G a SOŠ, Rokycany	4	4	–	–	–	–	–	–	**8**	*100*	**8**
26.–28.	*Tomáš Gajdůšek*	G, Uherské Hradiště	2	4	–	–	–	–	–	–	**6**	*75*	**6**
	Ondřej Poláček	ZŠ, Žerotínova	2	4	–	–	–	–	–	–	**6**	*75*	**6**
	Petr Smísitel	G, Bučovice	4	2	–	–	–	–	–	–	**6**	*75*	**6**
29	*Jaroslav Janoš*	G, Lesní čtvrť, Zlín	–	4	–	–	–	–	–	–	**4**	*100*	**4**
30	*Vjačeslav Horbach*	G a SOŠPg, Jeronýmova, Liberec	–	2	–	–	–	–	–	–	**2**	*50*	**2**

[12] Procentuální ohodnocení neodpovídá přímo zobrazeným bodům.

Kategorie druhých ročníků[13]

	jméno	**škola**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**P**	**E**	**S**	**I**	**%**	**Σ**
	Student Pilný	MFF UK	4	4	4	4	4	5	8	6	**39**	*100*	**39**
1	*Jirka Guth*	G, Jírovcova, České Budějovice	4	4	4	–	4	5	4	4	**29**	*81*	**29**
2	*Martin Raszyk*	G, Karviná	–	4	4	4	3	1	2	5	**23**	*64*	**23**
3.–4.	*Jakub Kvorka*	G, Školská, Dubnica nad Váhom	4	4	4	–	3	4	5	–	**24**	*80*	**24**
	Patrik Turzák	G Poštová, Košice	4	4	–	4	3	3	6	–	**24**	*80*	**24**
5	*Jaroslav Hofierka*	G J. A. Raymana, Prešov	4	2	4	–	–	5	5	2	**22**	*70*	**22**
6.–8.	*Matěj Bidlák*	G Luďka Pika, Plzeň	4	4	4	4	3	–	–	–	**19**	*94*	**19**
	Daniel Čejchan	Jiráskovo G, Náchod	4	4	4	–	–	5	–	2	**19**	*79*	**19**
	Markéta Vohníková	PORG, Praha	4	2	4	–	–	–	6	2	**18**	*68*	**18**
9	*Tomáš Kořínek*	G, Žamberk	–	2	4	–	–	4	5	–	**15**	*74*	**15**
10.–13.	*Josef Koláčný*	G, Nymburk	4	2	2	–	–	4	4	–	**16**	*62*	**16**
	Adam Práda	G, Ostrov	4	4	4	–	–	3	–	2	**17**	*68*	**17**
	Emil Skříšovský	G, Česká, České Budějovice	2	4	4	–	–	4	–	2	**16**	*68*	**16**
	Matěj Tomešek	G J. Škody, Přerov	–	2	1	–	2	4	4	1	**14**	*45*	**14**
14	*Patrik Štefek*	Matiční G, Ostrava	2	–	2	1	–	5	3	0	**13**	*41*	**13**
15	*Soňa Ondrušová*	G, Ostrov	2	4	3	–	–	3	–	2	**14**	*58*	**14**
16.–17.	*Martin Klíma*	G Luďka Pika, Plzeň	2	2	1	–	1	3	2	1	**12**	*32*	**12**
	Radka Štefaníková	G O. Havlové, Ostrava - Poruba	4	4	3	3	–	–	–	–	**14**	*83*	**14**
18.–20.	*Vendula Kotyzová*	Wichterlovo G, Ostrava	0	2	2	–	–	3	3	–	**10**	*43*	**10**
	Petr Kovář	Matiční G, Ostrava	2	2	1	–	–	3	2	1	**11**	*33*	**11**
	Lucie Valentová	G, Boskovice	2	2	2	–	–	2	3	–	**11**	*43*	**11**
21	*Tomáš Jirman*	G, Nad Alejí, Praha	0	2	1	0	0	3	2	1	**9**	*23*	**9**
22	*Michal Schnürch*	Matiční G, Ostrava	2	2	1	–	–	–	4	–	**9**	*44*	**9**
23	*Jan Bukáček*	Matiční G, Ostrava	2	2	–	1	–	3	–	–	**8**	*46*	**8**
24	*Martin Jurček*	G, Studentská, Havířov	2	2	1	–	2	–	–	–	**7**	*42*	**7**
25.–26.	*Daniela Prokešová*	Jiráskovo G, Náchod	–	–	4	–	–	–	–	–	**4**	*100*	**4**
	Viktor Skoupý	G, Moravská Třebová	–	–	–	–	–	2	–	2	**4**	*36*	**4**
27.–28.	*Kryštof Kadlec*	G J. Heyrovského, Praha	2	4	–	–	–	–	–	–	**6**	*75*	**6**
	Jenda Studený	G J. Škody, Přerov	2	–	1	–	–	–	–	1	**4**	*25*	**4**
29	*Tomáš Herman*	Gymnázium, Brno-Řečkovice	4	0	–	–	–	–	–	–	**4**	*50*	**4**
30	*Matouš Zavřel*	Křesťanské G, Kozinova, Praha	2	–	–	–	–	–	–	–	**2**	*50*	**2**

[13] Procentuální ohodnocení neodpovídá přímo zobrazeným bodům.

Kategorie třetích ročníků

	jméno	škola	1	2	3	4	5	P	E	S	I	%	Σ
	Student Pilný	MFF UK	2	2	4	4	4	5	8	6	**35**	*100*	**35**
1.	*Lukáš Timko*	G P. de Coubertina, Tábor	2	2	4	–	3	5	7	7	**30**	*97*	**30**
2.	*Miroslav Hanzelka*	G, Česká Lípa	2	1	3	1	3	4	7	4	**25**	*71*	**25**
3.–5.	*Jozef Kaščák*	–	2	1	2	1	1	2	6	3	**18**	*51*	**18**
	Filip Murár	G, Masarykovo nám., Třebíč	–	2	–	4	4	3	–	5	**18**	*86*	**18**
	Jaroslav Průcha	G, Strakonice	2	2	2	1	1	4	4	2	**18**	*51*	**18**
6.–7.	*Michal Červeňák*	G Púchov	1	2	2	2	2	3	4	–	**16**	*55*	**16**
	Ondřej Kořistka	G, Volgogradská, Ostrava	2	2	–	1	3	3	5	–	**16**	*64*	**16**
8.	*Michal Nožička*	Církevní G, Plzeň	2	2	4	4	3	–	–	–	**15**	*94*	**15**
9.–11.	*Erik Hendrych*	G J. Heyrovského, Praha	1	2	4	–	3	4	–	–	**14**	*82*	**14**
	David Hruška	G, Mikulášské nám. 23, Plzeň	2	2	4	3	3	–	–	–	**14**	*88*	**14**
	Kristýna Kohoutová	G, Žamberk	1	2	–	–	–	4	7	–	**14**	*82*	**14**
12.	*Lukáš Fusek*	G, Uherské Hradiště	2	2	–	–	–	3	6	–	**13**	*76*	**13**
13.	*Veronika Dočkalová*	G, Elgartova, Brno	2	1	–	–	–	–	7	2	**12**	*67*	**12**
14.	*Vít Nosek*	G a SOŠ, Hořice	1	1	4	–	2	3	–	–	**11**	*65*	**11**
15.	*Tereza Uhlířová*	G, Omská, Praha	1	1	–	0	2	–	6	–	**10**	*50*	**10**
16.	*Jan Rain*	G, Trutnov	–	2	–	–	–	–	7	–	**9**	*90*	**9**
17.–19.	*Tomáš Axman*	G, Boskovice	2	–	–	–	–	–	6	–	**8**	*80*	**8**
	Michal Choma	G bl. P. P. Gojdiča, Prešov	1	1	2	–	–	3	1	–	**8**	*38*	**8**
	Petr Zakopal	G Brno, tř. Kpt. Jaroše 14	–	1	4	3	–	–	–	–	**8**	*80*	**8**
20.–22.	*Ota Kunt*	G F. X. Šaldy, Liberec	1	2	4	–	–	–	–	–	**7**	*88*	**7**
	Thai Le Hong	G, Děčín	2	–	–	–	–	2	3	–	**7**	*47*	**7**
	Zsóka Varga	G, Imre Madácha	1	2	4	–	–	–	–	–	**7**	*88*	**7**
23.–24.	*Alžběta Korábková*	Církevní G, Kutná Hora	1	2	–	–	–	–	3	–	**6**	*50*	**6**
	Samuel Puček	G Ľudovíta Štúra, Trenčín	1	0	–	–	–	3	–	2	**6**	*40*	**6**
25.–26.	*Vladan Glončák*	G Ľudovíta Štúra, Trenčín	1	–	–	–	–	–	–	2	**3**	*38*	**3**
	Jan Povolný	G Brno, tř. Kpt. Jaroše 14	2	1	–	–	–	–	–	–	**3**	*75*	**3**
27.	*Jakub Doležal*	G, Špitálská, Praha	1	1	–	–	–	–	–	–	**2**	*50*	**2**
28.	*Martina Müllerová*	G Z. Wintra, Rakovník	–	1	–	–	–	–	–	–	**1**	*50*	**1**

Kategorie čtvrtých ročníků

	jméno	škola	1	2	3	4	5	P	E	S	I	%	Σ
	Student Pilný	MFF UK	2	2	4	4	4	5	8	6	**35**	*100*	**35**
1.	*Patrik Švančara*	G Ľudovíta Štúra, Trenčín	2	2	4	5	–	5	9	3	**30**	*97*	**30**
2.	*Jakub Kubečka*	G, Nymburk	2	2	4	3	2	4	4	2	**23**	*66*	**23**
3.	*Ivo Vinklárek*	G, Rožnov p. Radhoštěm	2	–	4	–	–	4	4	5	**19**	*76*	**19**
4.–5.	*Tomáš Hadámek*	Mendlovo G, Opava	–	–	4	2	2	1	5	2	**16**	*52*	**16**
	Jiří Záhora	G B. Němcové, Hradec Králové	0	1	4	4	3	–	4	–	**16**	*67*	**16**
6.–7.	*Tomáš Bárta*	G, Nad Štolou Praha	1	2	–	3	3	–	3	2	**14**	*54*	**14**
	Daniel Hnyk	První české G, Karlovy Vary	1	1	–	1	–	4	5	2	**14**	*52*	**14**
8.	*Stanislav Fořt*	G P. de Coubertina, Tábor	–	2	4	4	3	–	–	–	**13**	*93*	**13**
9.	*Alena Harlenderová*	Slovanské G, Olomouc	–	2	–	–	–	–	7	2	**11**	*69*	**11**
10.–12.	*Radomír Gajdošoci*	G, P. Horova, Michalovce	–	2	4	–	–	4	–	–	**10**	*91*	**10**
	Albert Štěrba	–	1	1	2	1	1	4	–	–	**10**	*48*	**10**
	Jan Tofel	Mendlovo G, Opava	2	2	4	–	2	–	–	–	**10**	*83*	**10**
13.	*Daniela Fecková*	G, Pankúchova, SR	2	2	–	–	–	–	5	–	**9**	*75*	**9**
14.	*Petr Dobiáš*	G Jana Nerudy, Praha	–	1	–	–	–	–	5	–	**6**	*60*	**6**
15.	*Milan Mikuš*	G Ľudovíta Štúra, Trenčín	–	2	–	–	–	–	–	2	**4**	*50*	**4**
16.	*Kristína Nešporová*	G, Boskovice	1	1	–	–	–	–	–	–	**2**	*50*	**2**

FYKOS
UK v Praze, Matematicko-fyzikální fakulta
Ústav teoretické fyziky
V Holešovičkách 2
180 00 Praha 8

www: http://fykos.cz
e-mail: fykos@fykos.cz

FYKOS je také na Facebooku
http://www.facebook.com/Fykos

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.