

22. ročník, úloha II. P ... milenecká (5 bodů; průměr 2,45; řešilo 29 studentů)

Jak se změní teplota pod peřinou, pokud jsou pod ní dva lidé místo jednoho?

Vymyslel zmrzlý (jinak žhavý :-)) milovník Honza P.

K vyřešení úlohy se musíme zamyslet nad fyzikálními parametry člověka. Zdravý člověk má téměř konstantní tělesnou teplotu $36,5\text{ }^\circ\text{C}$, která se nemění ani při velkých změnách teploty okolí ani při velmi diferencované svalové činnosti. V lidském těle při látkových přeměnách dochází k pomalé oxidaci uhlovodíků, tuků a bílkovin přijatých v potravě. Tyto chemické reakce jsou zdrojem energie pro činnost svalů a vnitřních orgánů. Životní procesy jsou provázány vývinem tepla – tepelnou produkcí člověka, která závisí především na intenzitě činnosti člověka a také na jeho hmotnosti. V úplném klidu (v klidném, hlubokém spánku) dochází v těle k minimálnímu vývinu tepla odpovídajícímu základní látkové výměně. Tento bazální metabolismus (tepelná produkce člověka P) činí dle normy ISO 7243 asi 85 W .

Problém se tedy redukuje na nalezení rovnovážné teploty T vzduchu pod peřinou, při které se přes peřinu odvede teplo $\Delta Q = 85\text{ J}$ každou vteřinu. V tom případě můžeme využít vztahu pro vedení tepla vrstvou materiálu mezi dvěma konstantními teplotami

$$\Delta Q = \lambda S \frac{\Delta T}{d} \tau,$$

kde konstanta λ je součinitel tepelné vodivosti, S je plocha peřiny, d je její tloušťka, τ doba trvání tepelné výměny a $\Delta T = T - T_0$ je rozdíl teploty T pod peřinou s teplotou T_0 okolí.

V rovnováze tedy platí $\Delta Q = P\tau$ a z toho vyjde rozdíl teplot

$$\Delta T = \frac{Pd}{\lambda S}.$$

Plochu peřiny potřebnou k přikrytí jedné osoby můžeme odhadnout na $S = 1,5\text{ m}^2$, tloušťka naší peřiny je $d = 2\text{ cm}$. Pro materiály, jimiž se plní peřiny (peří, vlna, rouno), se udává konstanta λ mezi $0,05$ až $0,07\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, vezmeme tedy $\lambda = 0,06\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. Pro jednoho člověka pod peřinou nechť je rozdíl teplot ΔT_1 , pro dva pak ΔT_2 . Po dosazení vyjde $\Delta T_1 \doteq 18,9\text{ K}$. To se na první pohled může zdát hodně, ale musíme si uvědomit, že jsme nevažovali tepelný přenos přes matraci a tepelnou výměnu způsobenou prouděním vzduchu netěsnostmi mezi peřinou a podložkou.

V případě se dvěma lidmi budeme uvažovat tepelnou produkci člověka $P_2 = 2P$ a k přikrytí dvou lidí stačí řekněme peřina s plochou $S_2 = 1,75 S$ (na přikrytí dvou lidí ležících je potřeba určitě větší peřina než k přikrytí jednoho, ale jistě také menší než dvojnásobek peřiny pro jednoho člověka). Ostatní konstanty zůstanou nezměněny. Po dosazení těchto změn dostáváme rozdíl teploty pod peřinou s okolní teplotou

$$\Delta T_2 = \frac{2Pd}{1,75 \lambda S},$$

což je po vyčíslení přibližně $\Delta T_2 \doteq 21,6\text{ K}$.

V zadání jsme se ptali, jak se změní teplota pod peřinou, když pod ní budou místo jednoho jednoho člověka dva lidé. Pro velikost této změny platí

$$\Delta T_2 - \Delta T_1 = \frac{P}{7d} \lambda S,$$

což číselně vychází přibližně $\Delta T \doteq 2,7 \text{ K}$.

Kupodivu častou chybou v došlých řešeních byla chybná úvaha, že peřina je adiabatická izolace, tedy nedovoluje tepelnou výměnu s okolím. To by pro chudáka člověka, který je vlastně tepelný zdroj, znamenalo pomalé ohřívání sebe sama. Mnozí řešitelé také projevili lítost nad zadáním této úlohy jako teoretické a nikoliv jako experimentální. K tomu nezbývá než dodat, pokud fyzik někde vidí problém, k jehož řešení by mu pomohl experiment, tak ho provede, aniž by k němu byl někým vyzván.

Zdeněk Kučka

`zdenek@fykos.mff.cuni.cz`