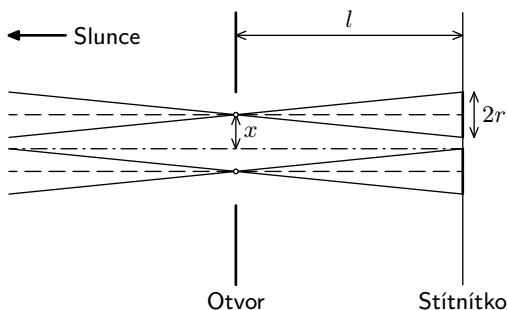


19. ročník, úloha VI. 4 ... sluneční prasátko (4 body; průměr 1,73; řešilo 15 studentů)

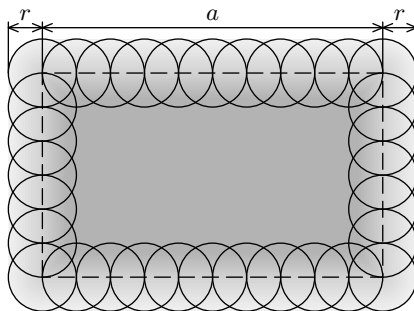
Za slunečných dní je oblíbenou zábavou vrhat obdélníkovým zrcátkem sluneční prasátka. Možná jste si všimli, že někdy má prasátko lichoběžníkový tvar a jindy tvar elipsy. Za jakých okolností nastává každá varianta? Pokud možno svou podmínku zformulujte kvantitativně.

Našel Matouš Ringel v sovětské sbírce.

Stejně sluneční prasátko, jaké umíme vyrobit zrcátkem, vznikne za stěnou, ve které je otvor stejné geometrie, jako má průmět plochy zrcátka do směru kolmého na sluneční paprsky. To je důsledek zákona lomu, podle kterého je úhel dopadu roven úhlu odrazu. Pro jednoduchost uvažujme, že průmět má tvar obdélníku, fyzikální podstatě jevu nijak neublížíme.



Obr. 1. Zobrazení Slunce obdélníkovým otvorem



Obr. 2. Konstrukce obrazu Slunce vytvořeného obdélníkovým otvorem

Výsledný obraz Slunce na stínítku vytvořený obdélníkovým otvorem můžeme složit z obrazů vytvořených jednotlivými body otvoru. Označme R poloměr Slunce, L vzdálenost Země od Slunce a l vzdálenost obrazu od otvoru. Každý bod vzdálený o x od osy otvoru zobrazí Slunce na stínítko jako kroužek o poloměru $r = R/L \cdot l$ (viz obr. 1) se středem ve vzdálenosti x od osy otvoru, neboť Slunce je velice daleko od Země ve srovnání se vzdáleností obrazu od otvoru $L \gg l$. Superpozicí takových kroužků vznikne ovál stejných rozměrů, jako má otvor zvětšených o hodnotu r . Můžeme ho geometricky zkonstruovat následovně. V každém krajním bodě otvoru zkonstruujeme kružnici o poloměru r , obálka takovýchto kružnic je potom onen ovál (viz obr. 2). Intenzita světla směrem k okrajům oválu bude klesat.

Zaoblení oválu má tedy poloměr křivosti r . Pokud je obraz blízko otvoru, je l malé a ovál bude vypadat téměř jako otvor, tj. bude mít tvar obdélníku. Při velké vzdálenosti obrazu od otvoru je l velice velké, tudíž i poloměr křivosti r . Obraz se nám bude jevit jako mírně zdeformovaná kružnice – elipsa.

Zformulujme podmínku k určení charakteristické vzdálenosti l_0 , kdy přechází obdélník v elipsu. Tehdy je poloměr křivosti r roven rozměru otvoru, označme ho a . Podmínka tedy zní

$$l_0 \approx \frac{La}{R}.$$

Stejnou podmínku bychom dostali, pokud by Slunce mělo mít stejnou úhlovou velikost jako otvor při sledování z místa obrazu

$$\frac{a}{l_0} \approx \frac{R}{L}.$$

Většině řešitelů se nepovedlo ani uvést správné pozorování, že prasátko má tvar obdélníku při blízké vzdálenosti stěny od zrcátka a tvar elipsy při daleké vzdálenosti stěny od zrcátka. Při správném pozorování nebylo pro řešitele vysvětlení příčiny problémem.

Honza Prachař

honzik@fykos.mff.cuni.cz