

14. ročník, úloha V. S ... kolotoč (5 bodů; průměr ?; řešilo 21 studentů)

- a) Mojmir a Anežka sedí přesně proti sobě na točícím se kolotoči. Ještě je sníh a tak si Mojmir připravil sněhovou kouli a na kolotoči ji chce hodit po Anežce. Poradte mu, jakou rychlostí a jakým směrem (vzhledem ke kolotoči) má kouli hodit, aby Anežku zasáhl. Údaje jsou: vzdálenost obou od osy $R = 3\text{ m}$, úhlová rychlost kolotoče $\omega = 1\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$. Rychlost hodu koule odhadněte.
- b) Jak vypadá trajektorie koule v soustavě spojené s kolotočem a jaké síly působí na kouli v této soustavě.
- c) Rozhodněte, která z následujících tvrzení jsou nepravdivá, a proč.
1. Z pohledu inerciální soustavy působí na rotující hmotný bod odstředivá síla, která vyrovnává dostředivou sílu, a proto se hmotný bod pohybuje rovnoměrně.
 2. Odstředivá síla je reakcí na dostředivou sílu, neboť má stejnou velikost a opačný směr.
 3. Když v inerciálním systému náhle přestane na rovnoměrně rotující těleso působit dostředivá síla, bude těleso pokračovat v pohybu po tečné přímce. Z pohledu neinerciálního systému se bude v důsledku působení odstředivé síly pohybovat po radiální přímce.

Zadali autoři seriálu Honza Houštek a Lenka Zdeborová

- a) Nejprve bychom se chtěli omluvit za chybu v zadání, která se do něj dostala při přípravě letáku. Kdyby se kolotoč otáčel rychlostí $10\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, bylo by odstředivé zrychlení asi $30g$, což by žádný člověk nepřežil. Některým z vás to ovšem divně nepřišlo.

Nechť doba letu koule je t . Za tuto dobu se Anežka pootočí o úhel ωt a snadno dopočteme, že vzdálenost mezi polohou Mojmira v okamžiku hodu a polohou Anežky v okamžiku zásahu je $2R \cos(\omega t/2)$. Pohyb koule je za předpokladu zanedbatelného odporu vzduchu v inerciální soustavě rovnoměrný a přímočarý, pro rychlost pohybu koule v této soustavě tedy platí

$$v = \frac{2R}{t} \cos \frac{\omega t}{2}.$$

Vzhledem ke kolotoči musí Mojmir hodit kouli rychlostí, která je vektorovým rozdílem rychlosti \mathbf{v} a rychlosti Mojmira vůči inerciální soustavě. Z kosinové a sinové věty pak snadno dopočteme, že pro velikost v_0 této rychlosti a pro její odklon φ od spojnice Mojmira a středu kolotoče platí

$$v_0 = \sqrt{v^2 + \omega^2 R^2 + 2v\omega R \sin \frac{\omega t}{2}}, \quad \cos \varphi = \frac{v}{v_0} \cos \frac{\omega t}{2}.$$

Nyní přistupme k numerickému výpočtu. Ideální by bylo vyjádřit φ pomocí v_0 , odhadnout v_0 a provést výpočet. To je ale bohužel nemožné. Proto zvolíme následující cestu. Odhadneme t a pomocí něj dopočteme v_0 a φ (na to máme 3 výše odvozené vzorce). Pokud usoudíme, že v_0 je „rozumné“, budeme dvojici v_0, φ považovat za řešení úlohy. Pro $t = 0,5\text{ s}$ vychází $v_0 = 12,7\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a $\varphi = 27,5^\circ$. To by měl Mojmir zvládnout!

- b) V neinerciální soustavě nebude trajektorie přímka, ale křivá čára spojující dva protilehlé body kolotoče. Zkonstruovat ji lze snadno – vždyť přece známe v každém okamžiku polohu koule i kolotoče vůči zemi, můžeme tedy dopočítat i polohu koule vůči kolotoči. Jediné síly, které ve vodorovném směru v této soustavě na kouli působí, jsou Coriolisova a odstředivá. Právě tyto síly mají na svědomí zakřivení trajektorie přesně podle Newtonových zákonů.
- c) Všechna tvrzení jsou úplně nesmysly. V prvním jsou hned 2 lži: v inerciální soustavě na bod nepůsobí odstředivá síla a bod se také nepohybuje rovnoměrně (mysleno rovnoměrně

přímočaře). Druhé tvrzení také nemůže platit, protože akce a reakce působí na různá tělesa. Navíc nemůže existovat jedna bez druhé, což u odstředivé a dostředivé síly neplatí. Třetí tvrzení bylo probráno v textu seriálu. V neinerciálním systému se sice těleso začne pohybovat v radiálním směru, ale jakmile získá nějakou rychlost, tak ho Coriolisova síla začne od tohoto směru odklánět.

Honza Houštek