

14. ročník, úloha V. 3 ... rozlišení radaru (3 body; průměr ?; řešilo 37 studentů)

Mějme radar, který je schopný rozlišit těleso s průměrem 10 km ve vzdálenosti Měsíce. Jak velké těleso je schopen rozlišit ve vzdálenosti Slunce? Jaká je teoretická vzdálenost, do které je radar schopný „vidět“? *Typická úloha Pavola Habudy.*

Jsou dvě možnosti, jak nahlížet na pojem rozlišitelnosti. Uvažujeme-li, že u radaru je existuje mezní úhlové rozlišení, pak těleso u Slunce a u Měsíce musí být vidět pod stejným úhlem. Potom z rovnostranných trojúhelníků máme

$$r_S = \frac{r_M}{R_M} R_S = 3,9 \text{ km},$$

kde velkými písmeny jsou označeny vzdálenosti a malými poloměry těles.

Pojem rozlišení taky můžeme chápat, jako existuje minimální odražená intenzita, kterou může radar zachytit. Víme, že intenzita, která dopadne na těleso je úměrná $\pi r^2/R^2$, kde πr^2 je plocha tělesa zachycující záření. Tam uvažujeme, že se intenzita rozptýlí všemi směry a těleso se tak stává zářičem. Intenzita, která potom dojde z tělesa na radar je tedy úměrná $1/R^2$. Takže poměr intenzity, která se vrátí na radar k radarem vyslané je úměrný $\pi r^2/R^4$. Z předpokladu víme, že minimální intenzita je potom

$$I_{\min} = c \frac{\pi r_m^2}{R_m^4},$$

kde c je nějaká konstanta úměrnosti. Minimální poloměr, který je u Slunci vidět

$$r_s = \sqrt{\frac{I_{\min} R_s^4}{\pi}} = r_m \frac{R_s}{R_m} = 1526 \text{ km}.$$

A řádový odhad viditelnosti dostaneme, když za πr^2 , nahradíme plochou celé koule ve vzdálenosti R , $4\pi R^2$. Potom dostáváme pro tuto vzdálenost

$$I_{\min} = \frac{4\pi R^2}{R^4}.$$

Odtud pro R vyjde

$$R = \frac{2R_m^2}{r_m} = 1,475 \cdot 10^{10} \text{ km}.$$

To je vzdálenost v které bude vidět jakékoliv těleso s menší intenzitou než zadané těleso u měsíce.

Miroslav Kladiva