

13. ročník, úloha III. E ... hustota lihu (8 bodů; průměr ?; řešilo 55 studentů)

Sežehněte si stopky, dostatečné množství lihu (denaturovaného) a nekalibrovaný hustoměr (či dřevěnou tyčku zatíženou závažíčkem), u kterého si můžete zjistit rozměry a hmotnost. Navrhněte vhodnou metodu, ve které použijete zmíněné pomůcky, a změřte hustotu lihu.

V této experimentální úloze, kde se měla za pomoci měření času určit hustota lihu, jste postupovali v zásadě dvěma různými způsoby.

Volný pád

Na těleso ponořené do kapaliny působí síla vztlaková a tíhová. Vezmeme tedy předmět, který má větší průměrnou hustotu než líh, ponoříme jej těsně pod hladinu a pustíme. Předmět začne padat, přičemž na něj bude působit ještě síla odporová, o té se většina řešitelů vůbec nezmínila nebo ji zanedbali bez většího zdůvodňování. Je třeba si uvědomit, že odporovou sílu zanedbat a pohyb považovat za rovnoměrně zrychlený můžeme jen tehdy, pohybujeme-li se v rychlostech mnohem menších než je takzvaná ustálená rychlost (tou se těleso pohybuje, vyrovná-li se síla tíhová se vztlakovou a odporovou). V případě předmětů, které jste používali, bylo zanedbání naštěstí většinou oprávněné. Pro pád tedy přibližně platí $mg - V_{\rho_k}g = 2ms/t^2$, a tedy pro hustotu lihu

$$\rho_k = \frac{m}{V} \left(1 - \frac{2s}{gt^2} \right),$$

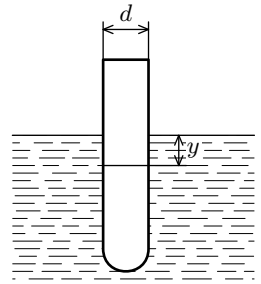
kde s je délka dráhy, po které předmět padá, t je doba pádu. Pro měření touto metodou jste vybírali tělesa, která v lihu padají pomalu, abyste si usnadnili měření času. Jejich hustoty tedy musely být hodně blízké hustotě kapaliny a tedy ve vzorci pro ρ_k působí člen $2s/gt^2$ pouze jako malá korekce, neboť pro malé s (desítky cm) a velké t (sekundy) je mnohem menší než jednička. Toto jste si neuvědomili zejména při určování chyb měření. Většina pouze pro různé časy spočetla ρ_k a tyto hodnoty pak statisticky vyhodnotila, aniž by si uvědomila, že největší chyba je způsobena nepřesností měření hmotnosti a objemu tělesa. Mnozí se ani nezmínili o tom, že jejich měření objemu a hmotnosti tělesa vůbec nějakou chybu mělo.

V zadání úlohy bylo napsáno, že máte při měření použít hustoměr či předmět jemu podobný, z tohoto hlediska tato metoda nebyla zcela korektní, neboť hustoměr má samozřejmě menší hustotu než líh. Pár řešitelů se tomuto problému šalamounsky vyhnulo, když místo času pádu měřili čas výstupu tělesa ze dna na hladinu.

Kmity a kyvy

Měřili jste periody všemožných kmitů a kyvů hustoměru v lihu. Nejčastější a nejjednodušší bylo měření periody vertikálních kmitů. My jsme místo hustoměru použili zkumavku zatíženou tak, aby v lihu plavala stabilně v poloze naznačené na obrázku 1 (bude muset být poměrně hodně ponořena). Po vychýlení o y z rovnovážné polohy, je-li směr g kladný, je celková síla působící na zkumavku $F = -S_{\rho_k}gy$ (S je průřez zkumavky v místě hladiny) a tedy dle Newtonova pohybového zákona $ma + S_{\rho_k}gy = 0$. Tato rovnice je analogická s pohybovou rovnicí harmonického oscilátoru. Tuhost pružiny je zde zastoupena součinem $S_{\rho_k}g$, z periody kmitů získáme po uvážení $S = \pi d^2/4$ vztah pro hustotu lihu

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{S_{\rho_k}g}} \quad \Rightarrow \quad \rho_k = \frac{16\pi m}{gT^2 d^2}.$$



Obr. 1

Dosud jsme se nezmiňovali, jakou roli v tomto případě hraje tlumení. Pokud předpokládáme, že tlumící síla je přímo úměrná rychlosti ($F = -2bmv$), je pohyb popsán rovnicí

$$y = Ae^{-bt} \sin(\omega^* t + \varphi), \quad \text{kde } \omega^* = \sqrt{\omega^2 - b^2},$$

ω je úhlová frekvence netlumených kmitů. Pro koeficient b tedy platí

$$b = \frac{1}{T} \ln \frac{y_0}{y_T}.$$

Z měření vyplynulo, že perioda je přibližně 0,7 s a výchylka se po jednom kmitu zmenší asi na polovinu, tedy b je přibližně 1 s^{-1} , z čehož plyne, že perioda tlumených kmitů bude asi jen o 0,5 % větší, než perioda kmitů netlumených. Tlumení můžeme tedy bez obav zanedbat.

Dostáváme se k samotné realizaci pokusu. Při měření jsme použili technický lůh. Nejprve musíme změřit hmotnost zatížené zkumavky a mikrometrem její průřez v místě, kde byla hladina lihu. Uvedeme zde jen výsledky s chybami měření $d = (15,25 \pm 0,03) \text{ mm}$, $\delta d = 0,2\%$, $m = (18,35 \pm 0,05) \text{ g}$, $\delta m = 0,3\%$. Dále jsme měřili čas čtyř period (pak už bylo kmitání příliš utlumené). Časy jsou uvedeny v následující tabulce.

4T(s)	2,75	2,91	2,83	2,68	2,73	3,01	2,85	2,79	2,77	2,81
-------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Průměrná hodnota: $\bar{T} = 0,703 \text{ s}$

Standardní odchylka: $s_{\text{st}} = 0,022 \text{ s}$

Systematická chyba: $s_{\text{sys}} = 0,02 \text{ s}$ (tento odhad souvisí s reakční dobou)

Celková chyba: $s_{\text{celk}} = 0,03 \text{ s}$

Relativní odchylka: $\delta T = 4\%$

Z průměrných hodnot spočteme průměrnou hustotu $\bar{\rho}_k = 818 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a relativní odchylku $\delta \rho_k = \sqrt{(2\delta T)^2 + (2\delta d)^2 + (\delta m)^2} = 8\%$. Výsledek tedy je $\rho_k = (820 \pm 70) \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Tabulková hodnota hustoty lihu je $\rho_k = 789 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, což je v dobré shodě s našim výsledkem. Chybu měření způsobilo především nepřesné měření času.

Lenka Zdeborová & Jiří Libra