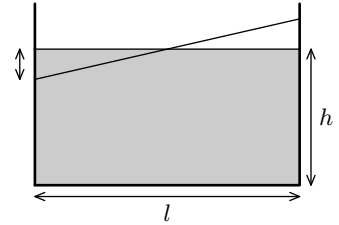


11. ročník, úloha VI. E ... akvárium (8 bodů; průměr ?; řešilo 20 studentů)

Najděte si akvárium, nebo podobnou nepropustnou nádobu kvádřového tvaru a zčásti ji naplňte vodou do výšky h . Nádobou rychle pohněte ve směru jedné ze stěn, aby hladina začala kmitat tak, jak je to naznačeno na obr. 1. Změřte frekvenci, s kterou hladina kmitá, proveďte pokud možno více měření pro různé hodnoty h a l a výsledky se pokuste interpretovat (vymyslete fyzikální model). Omezte se na malé amplitudy kmitů.



Obr. 1

Nejprve se budeme věnovat samotnému měření.

Klíčem k úspěchu byl dostatek vhodných nádob. Jak se později ukázalo, perioda roste s délkou l , a tak se pohodlněji měřily dlouhé nádoby, zatímco měření v nádobách kratších než 10 cm bylo velmi problematické. Pro některé nádoby tak bylo možné měřit kmitání pro dva kolmé směry. Pro malé h byl problém zajistit vhodným počátečním impulsem, aby se hladina kývala skutečně jenom tak, jak potřebujeme. Pokud chceme zjistit závislost frekvence na h i l , musíme provést pokud možno co nejvíce měření pro různé dvojice hodnot h a l , třeba i na úkor přesnosti jednotlivých měření. Je účelnější změřit desetkrát různé dvojice h a l , než desetkrát jednu dvojici a tu pak zprůměrovat.

Čas bylo žádoucí měřit stopkami s přesností alespoň 0,1 s. Měřil jsem vždy dobu dvaceti period — $20T$. Při počítání kmitů bylo možné sledovat přímo pohyb vlny po hladině nebo (což jsem činil já) pozorovat odrazy okolních předmětů (okraje nádoby, sluníčka...) na hladině. Několikanásobným změřením $20T$ pro tutéž kombinaci l a h jsem odhadl chybu určení $20T$ na 0,2 s, což dává průměrně relativní chybu přibližně 1%. Délky l a h jsem měřil skládacím metrem — chyba 2 mm. Naměřené hodnoty l , h a $20T$ jsou v tabulce 1.

Tabulka 1

$20T/s$	h/cm											
l/cm	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	6,0	7,0	9,0	9,0	10,0
14,1	12,29	11,30	10,19	9,90	9,51							
23,5	21,38	18,63	17,59									
27,5		21,75	19,57	18,29	17,61	16,61	15,92					
58,5								31,91	29,13	27,32	26,29	25,07

V tabulce 2 jsou odpovídající hodnoty frekvence.

Tabulka 2

f/Hz	h/cm											
l/cm	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	6,0	7,0	9,0	9,0	10,0
14,1	1,63	1,77	1,96	2,02	2,10							
23,5	0,94	1,07	1,14									
27,5		0,92	1,02	1,09	1,14	1,20	1,26					
58,5								0,627	0,687	0,732	0,761	0,798

Chyba určení frekvence je opět přibližně 1%.

Z tabulek vidíme, že s rostoucím h a s klesajícím l roste frekvence. Pro změřené dvojice hodnot při konstantním h můžeme usoudit, že f je nepřímě úměrné l a pro konstantní l zjistíme, že f je přímo úměrné \sqrt{h} . Tedy platí $f \sim \sqrt{h}/l$.

Nyní je naším úkolem vymyslet vhodný fyzikální model popisující daný jev. Podařilo se to například Lukáši Poulovi a Janu Prokleškoví

Předpokládali, že pro rychlost vlny v kapalině v platí vztah

$$v = \sqrt{gh}.$$

Dokázat platnost tohoto vztahu však není jednoduché. Za dobu jedné periody urazí vlna vzdálenost $2l$, z toho nám vyjde frekvence

$$f = \frac{\sqrt{gh}}{2l}, \quad (1)$$

což odpovídá v rámci chyb měření naměřeným hodnotám.

Vymysleli jste i jiné modely. Na vodu v nádobě lze například pohlížet jako na fyzické kyvadlo, které se kývá podél nehybné osy ležící uprostřed nádoby na hladině. Jinak na to šel Karel Kolář, který řešil problém přímo ze zákona zachování energie (součet kinetické a potenciální energie vody zůstává konstantní). Po několika snadných integracích a derivacích vyšlo

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{30gh}{3l^2 + 10h^2}}. \quad (2)$$

Porovnání takovýchto vztahů se skutečností je vždy otázkou dostatečného počtu měření. Nikdo z vás (ani já) neprovedl tolik měření, že by jej to opravňovalo rozhodnout, který ze vzorců (1) nebo (2) je výstižnější. Já jsem provedl toto: Všechna měření, která jste zaslali (kromě těch méně důvěryhodných) jsem zanesl do počítače a sečetl jsem kvadráty odchylek naměřených hodnot od hodnot dopočtených podle vztahu (1) (respektive (2)). Příznivější výsledky dává (2), ale rozdíl od jednoduchého vztahu (1) je poměrně malý. Chcete-li, můžete si soubor s naměřenými hodnotami vašich kolegů stáhnout na adrese <http://fykos.mff.cuni.cz/rocnik11/exp.xls> a ještě si s tím pohrát.

Jiří Franta