

**11. ročník, úloha IV. 4 ... vážení na rovníku** (4 body; průměr ?; řešilo 70 studentů)

Kdy ukáží pružinové váhy na rovníku větší hmotnost tělesa: v poledne nebo o půlnoci? O kolik procent se budou údaje lišit? Potřebné hodnoty vyhledejte ve fyzikálních tabulkách. Uvažujte pouze soustavu Země – Slunce (Měsíc někam odletěl).

Zkusme si nejprve rozmyslet, jaké síly působí na těleso v soustavě spojené se Zemí. Určitě na něj působí gravitační síla Země a Slunce. Dále nás jistě nepřekvapí, že na něj působí i odstředivá síla spojená s rotací Země kolem své osy, ale působí na něj i „odstředivá“ síla spojená s rotací Země kolem Slunce.

Vzhledem k tomu, že gravitační síla Země a odstředivá síla spojená s rotací Země kolem osy mají stejný (ve smyslu dolů) směr a velikost v poledne i o půlnoci, neovlivní rozdíl hmotností, který zjistíme při vážení v poledne a o půlnoci. Gravitační síla Slunce a „odstředivá“ síla, způsobená rotací Země kolem Slunce, mají v poledne a o půlnoci opačný směr, a vzhledem k tomu, že poloměr Země je značně menší než vzdálenost Země od Slunce, i (přibližně) stejnou velikost. Tedy jejich působení na vážené těleso je nulové a hmotnost zjištěná v poledne je stejná jako o půlnoci. To, co zde nazýváme „odstředivou“ silou od Slunce, není odstředivá síla, jak je obvykle pojmována; jedná se totiž o sílu způsobenou zrychlením počátku soustavy, tedy zrychlením středu Země, která rotuje kolem Slunce. Hlavním důsledkem tohoto faktu potom je, že velikost „odstředivé“ síly od Slunce, je ve všech místech soustavy spojené se Zemí stejná.

Vyšetřeme však přesněji rozdíl gravitační a „odstředivé“ síly od Slunce. Označme poloměr Země  $R_Z$ , vzdálenost středu Země od Slunce  $R_S$ . Rotovala-li by Země kolem Slunce po kružnici úhlovou rychlostí  $\omega$ , platilo by pro „odstředivou“ sílu od Slunce (přibližně)

$$F_{od} = m\omega^2 = m\kappa \frac{M_S}{R_S^2}.$$

Tedy v poledne by rozdíl gravitační a odstředivé síly nadlehčoval těleso silou

$$F_1 = \kappa \frac{mM_S}{(R_S - R_Z)^2} - \kappa \frac{mM_S}{R_S^2} = \kappa mM_S \frac{2R_S R_Z - 3R_Z^2}{R_S^4}.$$

Podobně se vypočte síla, která o půlnoci těleso nadlehčuje

$$F_2 = \kappa mM_S \frac{2R_S R_Z + 3R_Z^2}{R_S^4}.$$

Celkový relativní rozdíl naměřené hmotnosti bude

$$P = \frac{\kappa mM_S}{mg} \left( \frac{2R_S R_Z + 3R_Z^2}{R_S^4} - \frac{2R_S R_Z - 3R_Z^2}{R_S^4} \right) = \frac{6\kappa M_S}{g} \frac{R_Z^2}{R_S^4} \approx 10^{-11}.$$

Tedy náš závěr v prvním odstavci, že obě hmotnosti se prakticky neliší je správný. (To odpovídá tomu, že jsem zanedbali Měsíc, který způsobuje principiálně stejné efekty, ale zato několikrát silnější — např. příliv.)

**Daniel Král**