

11. ročník, úloha I. S ... rentgenové záření (6 bodů; průměr ?; řešilo 28 studentů)

- a) Určete nejmenší vlnovou délku rentgenového záření rentgenky, v níž jsou elektrony urychlovány napětím 20 kV.
- b) Z jakého kovu byl zhotoven terčík, na nějž dopadaly v rentgence elektrony, pokud spektrální čára K_α ve spektru rentgenového záření měla vlnovou délku $(155 \pm 3) \cdot 10^{-12}$ m?

Návod: Záření rentgenky je dvojího druhu.

Pokud elektrickým polem urychlený elektron při dopadu na terčík vyzáří část své kinetické energie v podobě fotonu, vzniká tzv. brzdné záření, jehož spektrum je spojité.

Pokud dopadající elektron vyrazí z atomu terčíku elektron z jedné z nejnižších elektronových hladin (n_2), přeskakuje za malý okamžik na jeho místo nějaký elektron z vyšší hladiny (n_1), přičemž vyzáří foton o energii odpovídající tomuto přechodu. K_α je název spektrální čáry, která vznikne při přeskočení z druhé hladiny ($n_1 = 2$) na první ($n_2 = 1$). V tomto případě však cítí přeskakující elektron efektivní náboj jádra $(Z - 1)e$, protože je jádro vůči němu stíněno jedním elektronem, který na nejnižší energetické hladině zbyl.

- a) Nejmenší možnou vlnovou délku bude mít vyzářený foton v případě, že mu elektron předá celou svou kinetickou energii $E = eU$, kterou získal při urychlení v elektrostatickém poli při napětí U . Tato mezní vlnová délka je tedy rovna

$$\lambda_{\text{mez}} = \frac{hc}{eU},$$

číselně $62 \cdot 10^{-12}$ m.

- b) Energie odpovídající přeskočení elektronu z druhé slupky na první ve víceelektronovém atomu je v bohrovském přiblížení

$$E_{21} = \frac{m(Z - 1)^2 e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right).$$

Tento vztah dostaneme jednoduše ze vztahu pro spektrum vodíku záměnou $e^2 \rightarrow (Z - 1)e^2$, protože elektrostatická síla mezi elektronem a odstíněným jádrem je nyní $(Z - 1)$ -krát větší než mezi elektronem a protonem. Z toho, že energie emitovaného fotonu $E = h\nu = hc/\lambda$ má být rovna právě E_{21} , vyplývá po jednoduché úpravě

$$Z = 1 + \sqrt{\frac{32h^3 c \epsilon_0^2}{3me^4 \lambda}},$$

číselně $29,0 \pm 0,3$. Důvodem tak nepřesné vlnové délky v zadání je fakt, že se jedná o hodnotu, kterou jsem v praxi naměřil sám. I přes tento nedostatek se dá z vypočteného protonového čísla poznat, že terčík v rentgenové trubici byl vyroben z mědi.

Michal Fabinger